

平成 21 年度 入 学 者 選 抜

一般選抜試験問題

情報科学部

試験科目 数 学

試 験 開 始	10 : 00
試 験 終 了	12 : 00

【受験上の注意】

- 1 用紙は、すべて試験開始の合図があるまで開かないこと。
- 2 試験開始後、ただちに次のことについて、よく確かめること。
ア．乱丁・落丁のある場合は、試験開始後速やかに手を挙げ、監督者に知らせること。
イ．問題用紙は、全部で 8 ページである。
ウ．解答用紙は、全部で 4 枚である。
- 3 解答用紙の氏名欄・受験番号欄は必ず記入すること。
- 4 解答は、所定の欄内にはっきりと記入し、欄外には記入しないこと。
- 5 問題用紙の余白は、メモ又は下書に利用してよい。
- 6 問題用紙は、持ち帰ること。

第 1 問

$\triangle ABC$ において、辺 BC , CA , AB の長さをそれぞれ a , b , c とし、 $\angle BAC = \theta$, 外接円の半径を R , 内接円の半径を r とするとき、以下の問いに答えよ。

(1) r を a , b , c および θ を用いて表せ。

(2) $a = 1$, $b = c$ のとき、 $\frac{r}{R}$ の最大値を求めよ。

(下 書 用 紙)

第2問

次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ について、以下の問いに答えよ。

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = \frac{2a_n + 3}{a_n + 4} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (1) すべての自然数 n について、 $a_n \neq 1$ であることを示せ。
- (2) $b_n = \frac{a_n + 3}{a_n - 1}$ とおくとき、数列 $\{b_n\}$ の漸化式を求めよ。
- (3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(下 書 用 紙)

第3問

xy 平面上の点 F の座標を $(0, 2)$, 直線 l の方程式を $y = 1$ とする。また, r を正の定数とする。以下の問いに答えよ。

- (1) F を焦点, l を準線とする放物線の方程式を求めよ。
- (2) xy 平面上の点 P から l へ引いた垂線が l と交わる点を H とする。線分 FP と線分 PH の長さの比が, $FP : PH = 1 : r$ のときの点 P の軌跡 C の方程式を求めよ。
- (3) $r = \sqrt{2}$ のとき, t を媒介変数として (2) で求めた C の媒介変数表示を求めよ。
- (4) (2) で求めた C が直線 $y = \frac{1}{2}x + 1$ に接するときの r の値を求めよ。また, そのとき C は放物線, 楕円, 双曲線のいずれになるかを答えよ。

(下 書 用 紙)

第4問

以下の問いに答えよ。

- (1) $0 < a < b$ であるとき,

$$\frac{b-a}{b^2} < \int_a^b \frac{1}{x^2} dx$$

が成り立つことを示せ。

- (2) n を2以上の自然数としたとき,

$$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \cdots + \frac{1}{n^2} < 1 - \frac{1}{n}$$

が成り立つことを示せ。