

平成 29 年度 入 学 者 選 抜

一般入試 試験問題

情報科学部

試験科目 数 学

試 験 開 始	9 : 30
試 験 終 了	11 : 30

【受験上の注意】

- 1 用紙は，すべて試験開始の合図があるまで開かないこと。
- 2 試験開始後，ただちに次のことについて，よく確かめること。
 - ア．乱丁・落丁のある場合は，試験開始後速やかに手を挙げ，監督者に知らせること。
 - イ．問題用紙は，全部で 8 ページである。
 - ウ．解答用紙は，全部で 4 枚である。
- 3 解答用紙の氏名欄・受験番号欄は必ず記入すること。
- 4 解答は，所定の欄内にはっきりと記入し，欄外には記入しないこと。
- 5 問題用紙の余白は，メモ又は下書きに利用してよい。
- 6 問題用紙は，持ち帰ること。

第1問

原点を $O(0, 0)$ とする座標平面上に、点 $A(\sqrt{3}, 1)$, $B(2, 2\sqrt{3})$, $C(-3, 3\sqrt{3})$, $D(-1, \frac{1}{\sqrt{3}})$ があり、次の規則で動く点 P がある。

規則

1. 点 P は、始めに点 A の位置にある。
2. さいころを投げて、出た目が 3 の倍数であれば次の位置へ移動する。
3. 点 P は、点 B, C, D, C, B, A の順に位置を移動する。

$S(n)$ を n 回さいころを投げたときの $\triangle AOP$ の面積とする。ただし、点 P と点 A が一致しているときは $S(n) = 0$ とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $\triangle AOB$, $\triangle AOC$, $\triangle AOD$ の面積を求めよ。
- (2) $S(3) = 0$ となる確率を求めよ。
- (3) $S(5) \leq 3$ となる確率を求めよ。

(下書用紙)

第2問

数列 $\{a_n\}$ が $a_1 = \frac{1}{4}$ および、関係式

$$\log_2 \frac{a_n}{a_{n+1}} = 2 + \log_2 \frac{n+1}{n}$$

を満たしている。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) a_3 を求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) $S_n = \sum_{k=1}^n k^2 a_k$ を求めよ。

(4) (3) の S_n について、 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めよ。ただし、 $h > 0$ のとき、任意の自然数 n に対して $(1+h)^n \geq 1 + nh + \frac{n(n-1)}{2}h^2$ が成り立つことを用いてよい。

(下書用紙)

302 8

第3問

自然数 n に対して,

$$A_n = \int_0^\pi e^x x^{n-1} \sin x \, dx, \quad B_n = \int_0^\pi e^x x^{n-1} \cos x \, dx$$

とおく。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $A_1 + B_1$, $A_1 - B_1$ の値をそれぞれ求めよ。
- (2) A_{n+1} を A_n , B_n を用いて, B_{n+1} を A_n , B_n を用いてそれぞれ表せ。
- (3) A_3 , B_3 の値をそれぞれ求めよ。

(下書用紙)

第4問

複素数 α および β は $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2 = 8i$ を満たしている。ただし、 $\beta \neq 0$ である。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $\frac{\alpha}{\beta}$ を求めよ。ただし、 $0 \leq \arg \frac{\alpha}{\beta} \leq \pi$ とする。
- (2) $\alpha = 5 - i$, $\gamma = 4 + i$ のとき、複素数平面上の3点 $A(\alpha + \gamma)$, $B(\beta + \gamma)$, $C(\gamma)$ を頂点とする $\triangle ABC$ の重心を求めよ。
- (3) (2) の α に対して、複素数平面上で複素数 δ を表す点が $|\delta| = 1$ を動くとき、3点 $O(0)$, $D(\delta\alpha)$, $E(\delta\beta)$ を頂点とする $\triangle ODE$ の重心が描く図形を求めよ。

(下書用紙)

