情・前

平成31年度入学者選抜

一般入試　試験問題

情報科学部

試験科目　数　学

試験開始	9：30
試験終了	11：30

【受験上の注意】

1　用紙は，すべて試験開始の合図があるまで開かないこと。

2　試験開始後，ただちに次のことについて，よく確かめること。

ア．乱丁・落丁のある場合は，試験開始後速やかに手を挙げ，監督者に知らせること。

イ．問題用紙は，全部で8ページである。

ウ．解答用紙は，全部で4枚である。

3　解答用紙の氏名欄・受験番号欄は必ず記入すること。

4　解答は，所定の欄内にはっきりと記入し，欄外には記入しないこと。

5　問題用紙の余白は，メモ又は下書きに利用してよい。

6　問題用紙は，持ち帰ること。

第１問

a を実数とし，関数 $f(x)=x^2+ax+1$ とする。$f(x)=0$ の解を α，β とおく。2次関数 $g(x)$ は $g''(0)=4$ を満たし，$g(x)=0$ の解が $\alpha-\dfrac{1}{2}$，$\beta-\dfrac{1}{2}$ であるとする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) すべての実数 x について，不等式 $g(x) \geqq f(x)$ が成り立つ a の値の範囲を求めよ。

(2) 自然数 n に対して，$h(n)=\displaystyle\int_1^n g(x)dx-\sum_{k=1}^{n} f(k)$ とおく。このとき，$h(1)$ および $h(2)$ を求めよ。

(3) $a=-\dfrac{8}{3}$ のとき，すべての自然数 n について，不等式 $\displaystyle\int_1^n g(x)dx \geqq \sum_{k=1}^{n} f(k)$ が成り立つことを示せ。

(下書用紙)

第２問

a を正の実数とし，e を自然対数の底とする。このとき，以下の問いに答えよ。ただし，$e = \lim_{h \to 0}(1+h)^{\frac{1}{h}}$ であることを用いてよい。

(1) $\displaystyle\lim_{x \to \infty}\left(1+\frac{3}{x}\right)^{x}$ を求めよ。

(2) $\displaystyle\lim_{x \to \infty}\frac{1}{x^{x}}(x-a)^{x}$ を求めよ。

(3) c を (2) で求めた極限値とする。このとき，$\displaystyle\lim_{T \to \infty}\int_{0}^{T} c^{x}\cos x\,dx$ を求めよ。

(下書用紙)

第３問

r を 1 より大きい実数とする。複素数平面上で，点 z が原点を中心とする半径 r の円上を動くとき，複素数

$$w = \frac{1}{2}\left(z + \frac{1}{z}\right)$$

で表される点 w が描く図形を C とする。$a = \frac{1}{2}\left(r + \frac{1}{r}\right)$，$b = \frac{1}{2}\left(r - \frac{1}{r}\right)$ とするとき，以下の問いに答えよ。

(1) $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ とする。このとき，w の実部と虚部を，それぞれ a，b，θ を用いて表せ。

(2) C 上の点 u に対して，次の式が成り立つことを示せ。

$$(u + \overline{u})^2 - 4a^2 u\overline{u} = 4a^2(1 - a^2)$$

(3) α を絶対値が 1 である複素数とする。このとき，C 上のある点 u に対して αu がまた C 上の点であるならば，次のことが成り立つことを示せ。

$$\mathrm{Re}(\alpha u) = \mathrm{Re}(u) \text{ または } \mathrm{Re}(\alpha u) = -\mathrm{Re}(u)$$

ただし，$\mathrm{Re}(\alpha u)$，$\mathrm{Re}(u)$ はそれぞれ αu，u の実部を表す。また，必要ならば (2) の式を用いてよい。

(下書用紙)

第４問

以下の問いに答えよ。

(1) ２種類の文字Ｒ，Ｇから重複を許して合計 n 個を取って１列に並べるとき，並べ方は何通りあるか求めよ。ただし，n は２以上の自然数とする。

(2) (1) でどの文字も１回以上現れる並べ方は何通りあるか求めよ。

(3) ３種類の文字Ｒ，Ｇ，Ｂから重複を許して合計 n 個を取って１列に並べるとき，どの文字も１回以上現れる並べ方は何通りあるか求めよ。ただし，n は３以上の自然数とする。

(4) Ｒの文字が書かれたカード，Ｇの文字が書かれたカード，Ｂの文字が書かれたカード，Ｙの文字が書かれたカードがそれぞれ１枚ずつある。これら４枚のカードから１枚のカードを引き，書かれている文字を確認してからもとに戻す。これをすべての文字が確認できるまで繰り返すとき，カードを引く回数が n 回である確率を求めよ。ただし，n は４以上の自然数とする。

(下書用紙)