

平成20年度入学試験問題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 志望する受験区分に応じて、次の指示に従って解答しなさい。
(指定外の問題に解答した場合には採点されません。)
 - ・ 数学選修志願者、数学専攻志願者、情報選修志願者、情報専攻志願者、教育科学専攻志願者で「数学」の免許教科志望者は、
[3]、[4]、[5]、[6]、[7]に必答すること。
 - ・ 理科選修志願者、理科専攻志願者、自然科学コース志願者、教育科学専攻志願者で「理科」の免許教科志望者は、
[1]、[2]、[3]に必答すること。
 - ・ 技術専攻志願者、情報科学コース志願者、教育科学専攻志願者で「技術」の免許教科志望者は、
[1]、[2]に必答し、
[3]、[4]のうちから1題選択して解答すること。
3. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

解答上の注意

必答問題については、問題番号の印刷してある解答用紙に解答しなさい。

選択問題については、問題番号の印刷していない解答用紙に、選択した問題の番号を記入してから解答しなさい。

◎印は必答問題，○印は選択問題を示す。

1 (理科選修・理科専攻・自然科学コース◎，技術専攻・情報科学コース◎)

関数 $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 4$ のグラフについて，以下の問いに答えよ。

問1 点 $(0, -4)$ からこのグラフに引いた接線の方程式と接点の座標をすべて求めよ。

問2 点 $(0, k)$ からこのグラフに3本の接線が引けるとき，実数 k の範囲を求めよ。

2 (理科選修・理科専攻・自然科学コース◎，技術専攻・情報科学コース◎)

座標平面上の2点 $A(-4, 0)$ ， $B(0, -1)$ について，点 P が関数 $y = \frac{1}{x} (x > 0)$ のグラフ上を動くとき， $\triangle ABP$ の面積の最小値とそのときの P の座標を求めよ。

3 (数学選修・数学専攻・情報選修・情報専攻◎，理科選修・理科専攻・自然科学コース◎，技術専攻・情報科学コース○)

座標平面上の原点 O を中心とする半径1の円を C とし， C 上の2点 $P_0(1, 0)$ ， $P_1(0, 1)$ をとる。 C 上の点 Q_1 は線分 OQ_1 が $\angle P_0OP_1$ の二等分線となる点， P_2 は Q_1 を O を中心として正の向きに $\frac{\pi}{2}$ 回転した点とする。次に， C 上の点 Q_2 は線分 OQ_2 が $\angle P_1OP_2$ の二等分線となる点， P_3 は Q_2 を O を中心として正の向きに $\frac{\pi}{2}$ 回転した点とする。以下同様に， $P_4, P_5, \dots$ を定める。ただし， $\angle P_0OP_1, \angle P_1OP_2, \dots$ はすべて π より小さい角を表すとする。整数 $n \geq 1$ に対して $\theta_n = \angle P_{n-1}OP_n$ とおくとき，以下の問いに答えよ。

問1 数列 $\{\theta_n\}$ が満たす漸化式を求めよ。

問2 数列 $\{\theta_n\}$ の一般項を求めよ。

問3 $\sum_{k=1}^n \theta_k$ を求めよ。

4 (数学選修・数学専攻・情報選修・情報専攻◎，技術専攻・情報科学コース○)

問1 実数 α ($0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$) が $\sin \alpha = 2 \cos \alpha$ を満たすとき， $\sin \alpha, \cos \alpha$ の値を求めよ。

問2 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\sin x - 2 \cos x| dx$ の値を求めよ。

5 (数学選修・数学専攻・情報選修・情報専攻◎)

座標空間内の原点を中心とする半径 1 の球に, xy 平面と平行な正方形 ABCD を底面とし, $P(0,0,1)$ を頂点とする四角すいが内接している。点 A, B, C, D の z 座標を t とするとき, 以下の問いに答えよ。

問 1 四角すいの体積 V を t を用いて表せ。

問 2 t が変化するとき, V の最大値とそのときの t の値を求めよ。

6 (数学選修・数学専攻・情報選修・情報専攻◎)

座標平面内の直線 $x = -1$ からの距離の 2 乗と点 $A(1,0)$ からの距離の 2 乗の和が 6 になる点 P の軌跡を C とするとき, 以下の問いに答えよ。

問 1 C は楕円であることを示せ。

問 2 C の焦点の座標を求め, C の概形と焦点の位置を図示せよ。

7 (数学選修・数学専攻・情報選修・情報専攻◎)

以下の命題の真偽を述べ, 真の場合には証明し, 偽の場合には反例をあげよ。

問 1 x が有理数, y が無理数ならば, $x + y$ は無理数である。

問 2 x, y が無理数ならば, $x + y$ は無理数である。