

平成 21 年度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 志望する受験区分に応じて、次の指示に従って解答しなさい。  
(指定外の問題に解答した場合には採点されません。)
  - ・ 数学選修志願者、数学専攻志願者、情報選修志願者、情報専攻志願者、教育科学専攻志願者で「数学」の免許教科志望者は、  
[3]、[4]、[5]、[6]、[7]に必答すること。
  - ・ 理科選修志願者、理科専攻志願者、自然科学コース志願者、教育科学専攻志願者で「理科」の免許教科志望者は、  
[1]、[2]、[3]に必答すること。
  - ・ 技術専攻志願者、情報科学コース志願者、教育科学専攻志願者で「技術」の免許教科志望者は、  
[1]、[2]に必答し、  
[3]、[4]のうちから 1 題選択して解答すること。
3. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

解答上の注意

必答問題については、問題番号の印刷してある解答用紙に解答しなさい。

選択問題については、問題番号の印刷していない解答用紙に、選択した問題の番号を記入してから解答しなさい。

◎印は必答問題，○印は選択問題を示す。

**1 (理科選修・理科専攻・自然科学コース◎，技術専攻・情報科学コース◎)**

不等式

$$(\star) \quad 1 < \log_x y < 2$$

について考える。

問1 不等式  $(\star)$  を満たす実数の組  $(x, y)$  の例を  $0 < x < 1$  および  $x > 1$  の範囲で1組ずつあげ，それらが不等式を満たしていることを示せ。

問2 不等式  $(\star)$  を満たす点  $(x, y)$  の領域を図示せよ。

**2 (理科選修・理科専攻・自然科学コース◎，技術専攻・情報科学コース◎)**

実数  $t \geq 0$  に対して，座標平面上の点  $P(\cos t, \sin t)$ ，および点  $Q(\cos(5t - t^2), -\sin(5t - t^2))$  を考える。

問1 2点  $P, Q$  間の距離  $d$  を求めよ。

問2  $t > 0$  とする。 $P, Q$  が同一の点となる  $t$  の最小値  $t_0$  を求めよ。

問3  $0 \leq t \leq t_0$  での  $d$  の最大値とそのときの  $t$  の値を求めよ。

**3 ( 数学選修・数学専攻・情報選修・情報専攻◎, 理科選修・理科専攻・自然科学コース◎, 技術専攻・情報科学コース○ )**

座標平面上に 3 点  $A(8, 7)$ ,  $B(6, -2)$ ,  $C(1, 1)$  をとり,  $\triangle ABC$  の垂心を  $H$  とする。  $s, t$  を  $\overrightarrow{CH} = s\overrightarrow{CA} + t\overrightarrow{CB}$  をみたす実数とするとき, 以下の問いに答えよ。ここで三角形の垂心とは, 三角形の 3 つの頂点からそれぞれの対辺またはその延長に下ろした垂線の交点のことである。なお, この 3 本の垂線は 1 点で交わることが知られている。

問 1 垂心の条件を用い,  $s, t$  が満たす連立 1 次方程式を導け。

問 2 問 1 の連立 1 次方程式を解き,  $H$  の座標を求めよ。

**4 ( 数学選修・数学専攻・情報選修・情報専攻◎, 技術専攻・情報科学コース○ )**

$x > 0$  で定義された関数

$$f(x) = x(1 + \log x)^2$$

について考える。

問 1  $0 < x < \frac{1}{e}$  のとき,  $0 < \sqrt{x}(1 + \log x)^2 \leq \frac{16}{\sqrt{e^5}}$  を示せ。ただし,  $e$  は自然対数の底である。

問 2  $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = 0$  を示せ。

問 3 関数  $y = f(x)$  の極値および変曲点の座標を求め, グラフの概形を描け。

**5 ( 数学選修・数学専攻・情報選修・情報専攻◎ )**

係数  $a, b, c$  が実数である  $x$  の整式  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  を考える。ここで  $f(x)$  は次の 2 つの条件を満たすものとする。

- (I)  $f(x)$  は  $x^2 + 2x - 1$  で割り切れる
- (II) 方程式  $f(x) = 0$  は 3 つの相異なる実数解を持ち、それらは等差数列となる

このときの  $a, b, c$  の組をすべて求めよ。

**6 ( 数学選修・数学専攻・情報選修・情報専攻◎ )**

3 点  $O(0,0)$ ,  $A(1,0)$ ,  $B(3,0)$  に対して、 $\angle PAB = 3\angle OPA$  となる点を  $P(x,y)$  とする。 $r = OP$ ,  $\theta = \angle AOP$  とするとき、以下の問いに答えよ。

問 1  $\theta = \frac{\pi}{6}$  のときの  $r$  の値を求めよ。

問 2  $r$  を  $\cos \theta$  の式で表せ。

**7 ( 数学選修・数学専攻・情報選修・情報専攻◎ )**

次の極限値を計算せよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi}{n} \left\{ \frac{1}{\sin \frac{\pi(n+1)}{4n}} + \frac{1}{\sin \frac{\pi(n+2)}{4n}} + \cdots + \frac{1}{\sin \frac{\pi(n+n)}{4n}} \right\}$$