

平成22年度入学試験問題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 志望する受験区分に応じて、次の指示に従って解答しなさい。
(指定外の問題に解答した場合には採点されません。)
- ・ 数学選修志願者、数学専攻志願者、情報選修志願者、情報専攻志願者、教育科学専攻志願者で「数学」の免許教科志望者は、
[3], [4], [5], [6], [7]に必答すること。
- ・ 理科選修志願者、理科専攻志願者、自然科学コース志願者、教育科学専攻志願者で「理科」の免許教科志望者は、
[1], [2], [3]に必答すること。
- ・ 技術専攻志願者、情報科学コース志願者、教育科学専攻志願者で「技術」の免許教科志望者は、
[1], [2]に必答し、
[3], [4]のうちから1題選択して解答すること。
3. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

解答上の注意

必答問題については、問題番号の印刷してある解答用紙に解答しなさい。

選択問題については、問題番号の印刷していない解答用紙に、選択した問題の番号を記入してから解答しなさい。

◎印は必答問題、○印は選択問題を示す。

1 (理科選修・理科専攻・自然科学コース◎, 技術専攻・情報科学コース◎)

一辺の長さが $2s$ である正三角形 ABC の 3 つの頂点を $A(-s, 0)$, $B(s, 0)$, $C(0, \sqrt{3}s)$ とする。 $AP^2 + BP^2 + CP^2 = t$ であるような点 P について、以下の問いに答えよ。

問1 このような点 P が存在するための s, t についての必要十分条件と、この条件の下での点 P の軌跡の方程式を求めよ。

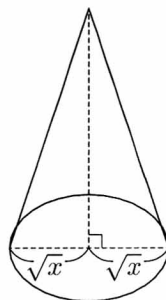
問2 点 P の軌跡が頂点 A を通る場合の s と t の関係式を求めよ。またこのときの点 P の軌跡を $\triangle ABC$ とともに図示せよ。

2 (理科選修・理科専攻・自然科学コース◎, 技術専攻・情報科学コース◎)

x が $1 \leq x \leq \frac{7}{2}$ の範囲を動くとき、以下の問いに答えよ。

問1 図のような、底面の半径が $\sqrt{x}$ 、高さが $4-x$ の直円錐の側面積 S を求めよ。

問2 $\left(\frac{S}{\pi}\right)^2$ を $f(x)$ とするとき、 $f(x)$ の増減を調べ、 $f(x)$ の最大値、最小値、およびそのときの x の値を求めよ。



- 3 (数学選修・数学専攻・情報選修・情報専攻◎, 理科選修・理科専攻・自然科学コース◎, 技術専攻・情報科学コース○)

問1 座標空間内の点 $A(0, 1, 0)$, $B(0, -1, 0)$ に対して, $ABCD$ が正四面体となるような xy 平面の $x > 0$ の部分にある点 C と空間内の $z > 0$ の部分にある点 D の座標をそれぞれ求めよ。

問2 $\triangle ABC$ の重心を E とする。線分 DE を $3:1$ に内分する点 G の座標を求めよ。

問3 $\angle AGD = \alpha$ とするとき, $\cos \alpha$ の値を求めよ。

問4 $\triangle AGD$ の面積を求めよ。

- 4 (数学選修・数学専攻・情報選修・情報専攻◎, 技術専攻・情報科学コース○)

曲線 $C: y = \frac{1}{1+x^2}$ と直線 $\ell: y = \frac{1}{2}x$ を考える。

問1 曲線 C と直線 ℓ との交点の座標を求めよ。

問2 曲線 C と直線 ℓ および y 軸によって囲まれる図形を, y 軸のまわりに1回転してできる回転体の体積 V を求めよ。

問3 曲線 C と直線 ℓ および y 軸によって囲まれる図形を, x 軸のまわりに1回転してできる回転体の体積 W を求めよ。

5 (数学選修・数学専攻・情報選修・情報専攻◎)

直線 $y = \frac{5-x}{4}$ 上の点 $P\left(p, \frac{5-p}{4}\right)$ ($p > 1$) から曲線 $C: y = 1 - x^2$ へ 2 本の接線 ℓ_1, ℓ_2 を引くことができる。

問1 ℓ_1 と C との接点を A , ℓ_2 と C との接点を B とし、それぞれの x 座標を α, β ($\alpha < \beta$) とする。 $\beta - \alpha$ を p の式で表せ。

問2 $\angle APB = \theta$ とする。 $\tan \theta$ を p の式で表せ。ただし $0 \leq \theta \leq \pi$ とする。

問3 点 P が $p > 1$ の範囲を動くとき、 θ が最大となるような点 P の座標を求めよ。

6 (数学選修・数学専攻・情報選修・情報専攻◎)

問1 曲線 $y = \log x$ 上の点 $A(1, 0)$ における接線 ℓ_1 の方程式を求めよ。

問2 曲線 $y = \log x$ 上の点 $B(2, \log 2)$ における接線 ℓ_2 の方程式を求めよ。

問3 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ とおく。曲線 $y = f(x)$ は 2 点 A, B を通り、さらにこの 2 点での接線がそれぞれ ℓ_1, ℓ_2 と一致する。このときの a, b, c, d の値を求めよ。

問4 問3 で求めた $f(x)$ に対して $g(x) = f(x) - \log x$ とおく。関数 $y = g(x)$ ($1 \leq x \leq 2$) の最大値を与える x の値を求めよ。ただし $0.69 < \log 2 < 0.70$ であることを用いてよい。

7 (数学選修・数学専攻・情報選修・情報専攻◎)

2 次の正方行列 A, B に対して, 次の命題が真か偽かを答えよ。さらに, 真ならば証明をし, 偽ならば反例をあげよ。

問1 A, B がともに逆行列を持つならば, 和 $A + B$ も逆行列を持つ。

問2 行列の和 $A + B$ が逆行列を持つならば, A, B はともに逆行列を持つ。

問3 A, B がともに逆行列を持つならば, 積 ABA も逆行列を持つ。

問4 行列の積 ABA が逆行列を持つならば, A, B はともに逆行列を持つ。