

平成30年度入学試験問題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 志望する受験区分に応じて、次の指示に従って解答しなさい。
(指定外の問題に解答した場合には採点されません。)
 - ・数学選修・数学専攻・情報選修・情報専攻の受験者は
[1], [2], [3], [4], [5]に必答しなさい。
 - ・教育科学専攻の受験者は
[1], [2], [3]に必答しなさい。
3. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

解答上の注意

数学選修・数学専攻・情報選修・情報専攻の受験者は

数学選修・数学専攻・情報選修・情報専攻用の解答用紙に解答しなさい。

教育科学専攻の受験者は教育科学専攻用の解答用紙に解答しなさい。

解答用紙には、受験番号を記入する欄が2箇所あります。2箇所とも記入しなさい。

- 1 定数 a を $a \neq 0, 1$ なる実数とすると、 x についての 2 次不等式

$$a(a-1)x^2 + (2-3a)x + 2 < 0$$

を解け。

2 A, B の 2 名が次のようなゲームを行う。

0	1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---	---

- (i) まず A, B の 2 名とも上図の左端の 0 に自分のコマを置く。
- (ii) 1 枚の硬貨を投げて出た表裏に応じて自分のコマを動かす。これを A, B の順に交互に繰り返して、最初に 6 に到着した者を勝ちとする。
- (iii) コマの進み方：1 枚の硬貨を投げて表が出たら右に 2 マスだけ、裏が出たら右に 1 マスだけ進む。ただし自分の進んだ先に相手のコマがある場合には、相手のコマより 1 つ左に進む。
- 例えば、自分のコマが 3 に、相手のコマが 4 にあるときに自分が硬貨を投げた結果、裏が出たときには 3 に留まり、表が出たときには 5 に進む。また、自分のコマが 3 に、相手のコマが 5 にあるときに自分が硬貨を投げた結果、裏が出たときには 4 に進み、表が出たときにも 4 に進む。
- (iv) 5 にいるときに表が出た場合には 6 に進むものとする。

このとき以下の問いに答えよ。

問 1 A, B がともに 1 回硬貨を投げたときの A, B のコマの位置とそれが起こる確率をすべて求めよ。ただし A のコマの位置が a で B のコマの位置が b のとき、A, B のコマの位置を (a, b) と書くこと。

問 2 B の勝つ確率を求めよ。

- 3 曲線 $y = x^2(x - 1)$ と，その曲線上の点 $(a, a^2(a - 1))$ における接線で囲まれた図形の面積が $\frac{1}{12}$ になるとき， a の値を求めよ。

4 $0 \leq x \leq 1$ に対して

$$f(x) = \int_0^1 \log(|t-x|+1) dt$$

とおく。このとき関数 $y = f(x)$ ($0 \leq x \leq 1$) の最大値，最小値，およびそのときの x の値を求めよ。

- 5 平面上に一辺の長さが1の正三角形 OP_0Q_0 がある。線分 OP_0 上に点 P_1 を、 $\angle P_0Q_0P_1 = \frac{\pi}{12}$ となるようにとる。次に、線分 OQ_0 上に点 Q_1 を、直線 P_1Q_1 が直線 P_0Q_0 に平行になるようにとる。以下同様に、自然数 k に対し、線分 OP_k 上に点 P_{k+1} を、 $\angle P_kQ_kP_{k+1} = \frac{\pi}{12}$ となるようにとり、線分 OQ_k 上に点 Q_{k+1} を、直線 $P_{k+1}Q_{k+1}$ が直線 P_kQ_k に平行になるようにとる。

三角形 $P_{k-1}Q_{k-1}P_k$ の面積を a_k とするとき、以下の問いに答えよ。

問1 a_1 を求めよ。

問2 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ とするとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めよ。

