

平成 21 年度 入学試験問題

数 学

【注意事項】

- 1 係員の指示があるまで、問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は 12 ページ、解答用紙は 4 枚あります。
- 3 落丁、乱丁、印刷の不鮮明な箇所などがあったときは、手を挙げて係員に申し出ること。
- 4 各解答用紙(4 枚)の受験番号欄に受験番号を数字で記入すること。
- 5 解答は必ず各問題別の解答用紙の所定の欄に記入すること。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してかまいませんが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了時刻まで退室してはいけません。
- 8 解答用紙は持ち帰ってはいけません。その他は持ち帰ること。

1

(1) から (3) までの問いに答えよ。また、(4) から (6) までの空欄をうめよ。

(1) 次の関数を微分せよ。

(i) $y = \log \left| \frac{1+x}{1-x} \right|$, $\frac{dy}{dx} =$ イ

(ii) $y = e^{-x^2}$, $\frac{dy}{dx} =$ ロ

(2) 次の積分を求めよ。

(i) $\int_0^1 x\sqrt{1-x^2} dx =$ ハ

(ii) $\int_1^2 (3x^2 - 1) \log x dx =$ ニ

(3) 次の極限を求めよ。

$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} (\sqrt{x+3} - \sqrt{x}) =$ ホ

(4) 2つのベクトル $\vec{a} = (-1, 1, 0)$, $\vec{b} = (-1, 2, -2)$ のなす角は ヘ である。

(5) $0 \leq \theta \leq \pi$ において $\sin \theta = \cos 2\theta$ のとき、 $\theta =$ ト である。

(6) 点 (x, y) が円 $x^2 + y^2 - 2x = 3$ の上を動くとき、 $x + 2y$ の最大値は チ、最小値は リ である。

(計 算 用 紙)

2 2次の正方行列 A で表される移動によって、点 $(1, 1)$ が点 $(2, 2)$ に移され、点 $(2, 3)$ が点 $(2, 3)$ に移されるとする。以下の問いに答えよ。

(1) A を求めよ。 イ

(2) $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ とするとき、 $P^{-1}AP$ を求めよ。 ロ

(3) 自然数 n に対して、 A^n を求めよ。 ハ

(計 算 用 紙)

3 母音 a, i, u と子音 d, g, z の 6 個を 1 列に並べるとき、次のような並べ方は何通りあるか。

(1) a, i が隣り合う。 イ

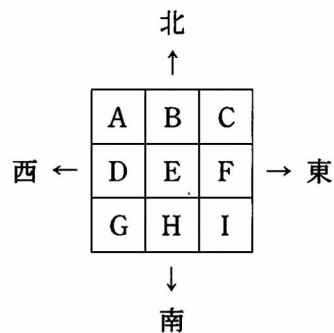
(2) 両端とも母音である。 ロ

(3) 母音が隣り合っていない。 ハ

(4) a, i, z, u がこの順に現れる。(例: aidzug) 二

(計 算 用 紙)

- 4 下の図は、A から I までの 9 つの部屋に分かれた家の平面図である。ただし、図の上向きを北とする。



ある人 P が袋を持っており、その中には、東と書かれた玉、西と書かれた玉、南と書かれた玉、北と書かれた玉が 1 つずつ、全部で 4 つ入っている。

P はこの家の中のある部屋にいて、袋から玉を 1 つ取り出して袋に戻す。そして、その玉に書かれた方角に隣接する部屋があればそこに移動し、なければ移動しない。以上のことを繰り返す。

初めに P は部屋 E にいるとして、以下の問いに答えよ。

- (1) 玉を 2 回取り出した結果、P が E にいる確率を求めよ。 イ
- (2) 玉を 3 回取り出した結果、P が A にいる確率を求めよ。 ロ
- (3) 玉を 4 回取り出した結果、P が E にいる確率を求めよ。 ハ

(計 算 用 紙)

5 曲線 $y = e^{-x}$ と、原点からこの曲線に引いた接線および y 軸とで囲まれた部分を A とする。このとき、以下の問いに答えよ。(結論に至る過程も記述すること。)

(1) A の面積を求めよ。

(2) A を x 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

(計 算 用 紙)

6 次の条件で定められる数列 $\{a_n\}$ を考える。

$$a_1 = \frac{1}{3}, \quad a_{n+1} = \frac{1 - a_n}{3 - 4a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

以下の問いに答えよ。

- (1) a_2, a_3, a_4 を求めよ。
- (2) 一般項 a_n を推測し、それを数学的帰納法を用いて証明せよ。

(計 算 用 紙)