

平成 24 年度 入学試験問題

数 学

【注意事項】

- 1 係員の指示があるまで、問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は 12 ページ、解答用紙は 4 枚あります。
- 3 落丁、乱丁、印刷の不鮮明な箇所などがあつたときは、手を挙げて係員に申し出ることに。
- 4 各解答用紙(4 枚)の受験番号欄に受験番号を数字で記入すること。
- 5 解答は必ず各問題別の解答用紙の所定の欄に記入すること。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してかまいませんが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了時刻まで退室してはいけません。
- 8 解答用紙は持ち帰ってはいけません。その他は持ち帰ること。

1

(1)の問いに答えよ。また、(2)から(5)までの空欄をうめよ。

(1) 次の積分を求めよ。

(i) $\int_1^4 \sqrt{x} dx =$

(ii) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx =$

(2) 2つのベクトル $\vec{a} = (1, 3)$, $\vec{b} = (2, -1)$ に対して、 $|\vec{a} + t\vec{b}|$ は

$t =$ のとき、最小値 をとる。

(3) $0 \leq \theta \leq \pi$ において $\sin 2\theta - 2 \cos \theta = 0$ のとき、 $\theta =$ である。

(4) 不等式 $\log_3(2x - 3) < 2$ をみたす x の値の範囲は である。

(5) 4つの袋があり、各袋に赤、青、黄の玉が1つずつ入っている。各袋から1つずつ玉を取り出すとき、取り出した4つの玉がすべて同じ色である確率は

であり、2種類の色である確率は である。

(計 算 用 紙)

(計 算 用 紙)

2 $\triangle OAB$ において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする。辺 OA を $1 : 3$ に内分する点を C とし、辺 OB を $4 : 1$ に内分する点を D とする。線分 AD と線分 BC の交点を E とする。このとき、以下の空欄をうめよ。

(1) $AE : ED = s : (1 - s)$ とおくと、 \overrightarrow{OE} を \vec{a} 、 \vec{b} 、 s を用いて表すと、

$$\overrightarrow{OE} = \boxed{\text{イ}}$$

である。

(2) $BE : EC = t : (1 - t)$ とおくと、 \overrightarrow{OE} を \vec{a} 、 \vec{b} 、 t を用いて表すと、

$$\overrightarrow{OE} = \boxed{\text{ロ}}$$

である。

(3) (1) と (2) を比較して s 、 t を求め、 \overrightarrow{OE} を \vec{a} 、 \vec{b} を用いて表すと、

$$\overrightarrow{OE} = \boxed{\text{ハ}}$$

である。

(計 算 用 紙)

(計 算 用 紙)

3 数列 $\{a_n\}$ の初項 a_1 から第 n 項 a_n までの和 S_n が,

$$S_n = n - 2 - a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

であるとき、以下の空欄をうめよ。

(1) $a_1 = S_1 =$ であり、 $a_2 = S_2 - S_1 =$ である。

(2) a_{n+1} を a_n の式で表すと、 $a_{n+1} =$ である。

(3) a_n を n の式で表すと、 $a_n =$ である。

(計 算 用 紙)

(計 算 用 紙)

4 曲線 $C: y = \log x - 1$ の接線で原点を通るものを l とする。このとき、以下の空欄をうめよ。

(1) C と x 軸の共有点の座標は である。

(2) C と l の接点の座標は である。

(3) C と x 軸および l で囲まれた部分の面積を S とすると、 $S =$ である。

(計 算 用 紙)

(計 算 用 紙)

5

連立不等式

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 1 \leq 0 \\ x + y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 1 \geq 0 \end{cases}$$

の表す領域を D とする。 D を図示せよ。また、その結果を用いて、点 (x, y) が領域 D 内を動くときの $2x + y$ のとる値の最大値と最小値を求めよ。

(結論に至る過程も記述すること。)

(計 算 用 紙)

(計 算 用 紙)

6 a, b を実数の定数として, 2 次の正方行列 A を

$$A = \begin{pmatrix} a & a - b \\ 0 & b \end{pmatrix}$$

と定める。自然数 n に対して A^n を推測し, それが正しいことを数学的帰納法を用いて証明せよ。

(計 算 用 紙)

(計 算 用 紙)