

平成 29 年度 入学試験問題

数 学

【注意事項】

- 1 係員の指示があるまで、問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は 12 ページ、解答用紙は 4 枚あります。
- 3 落丁、乱丁、印刷の不鮮明な箇所などがあったときは、手を挙げて係員に申し出ること。
- 4 各解答用紙(4 枚)の受験番号欄に受験番号を数字で記入すること。
- 5 解答は必ず各問題別の解答用紙の所定の欄に記入すること。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してかまいませんが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了時刻まで退室してはいけません。
- 8 解答用紙は持ち帰ってはいけません。その他は持ち帰ること。

- 1 (1)から(4)までの問いに答えよ。また、(5)、(6)の空欄をうめよ。ただし、 i は虚数単位である。

(1) 次の積分を求めよ。

(i) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-x} \cos x \, dx =$ イ

(ii) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1 + \cos x} \, dx =$ □

(2) a, b を実数の定数とする。3次方程式 $x^3 + ax^2 + x + b = 0$ が $2 - i$ を解にもつとき、他の解をすべて求めよ。 ハ

(3) 方程式 $\log_2 3 \cdot \log_5 x = 16 \log_5 2 \cdot \log_x 3$ を解け。 ニ

(4) $0 \leq x < \pi$ のとき、方程式 $\sin 2x + 2 \sin x = \cos x + 1$ を解け。 ホ

(5) 実数 a が2進法で $101.01_{(2)}$ 、実数 b が5進法で $101.01_{(5)}$ と表されるとき、 $a + b$ を10進法的小数で表すと ヘ である。

(6) $\vec{a} = (1, 1, 2)$ 、 $\vec{b} = (2, -1, -1)$ とする。このとき、 $|\vec{tb} - \vec{a}|$ は $t =$ ト のとき、最小値 チ をとる。

(計 算 用 紙)

- 2 $\triangle ABC$ において、辺 AC を $3:2$ に内分する点を D 、線分 BD を $5:1$ に内分する点を P とし、直線 AP と辺 BC の交点を E とする。このとき、以下の空欄をうめよ。

(1) $\overrightarrow{AE} = k\overrightarrow{AP}$, $\overrightarrow{BE} = l\overrightarrow{BC}$ となる実数 k, l の値は $k =$,
 $l =$ である。

(2) $\overrightarrow{AP} + p\overrightarrow{BP} + q\overrightarrow{CP} = \vec{0}$ となる実数 p, q の値は $p =$,
 $q =$ である。

(計 算 用 紙)

- 3 2つのサイコロ A, B がある。はじめに A を投げて出た目を a とする。次に B を a 回投げて出た目の総和を b とする。以下の問いに答えよ。

(1) $b = 2$ である確率を求めよ。 イ

(2) $b = 1$ または $3 \leq b \leq 36$ である確率を求めよ。 ロ

(3) $b = 3$ である確率を求めよ。 ハ

(4) $a = 3$ であったときに、 $b = 6$ である確率を求めよ。 ニ

(5) $b = 3$ であったときに、 $a = 3$ である確率を求めよ。 ホ

(計 算 用 紙)

4 曲線 $y = \log x$ の点 $A(t, \log t)$ における接線を l , 法線を m とする。 l と y 軸の交点を B , m と y 軸の交点を C とする。このとき, 以下の空欄をうめよ。

(1) 点 B の y 座標を t で表すと であり, 点 C の y 座標を t で表すと である。

(2) 線分 BC 上に点 D を $CA = CD$ となるようにとる。このとき BD を t で表すと であり, $\lim_{t \rightarrow \infty} BD =$ である。

(計 算 用 紙)

5 関数 $f(x) = \log(x^2 + 1)$ を考える。 $y = f(x)$ のグラフを C とする。このとき、以下の問いに答えよ。(結論に至る過程も記述すること)

- (1) $f(x)$ の増減, 極値, C の凹凸, 変曲点を調べて, C を座標平面上に描け。
- (2) C の 2 つの変曲点を通る直線と C で囲まれた部分を, y 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積 V を求めよ。

(計 算 用 紙)

6 a を正の定数とする。次の条件で定められる数列 $\{a_n\}$ を考える。

$$a_1 = a, \quad a_{n+1} = \frac{a_n}{a_n + 1} \quad (n = 1, 2, 3, 4, \dots)$$

以下の問いに答えよ。

- (1) a_2, a_3, a_4 を求めよ。
- (2) 一般項 a_n を推測し、それを数学的帰納法を用いて証明せよ。

(計 算 用 紙)