

平成 10 年度個別学力検査問題(医学部)

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子は 2 ページあり、問題は(1)から(4)まで 4 題あります。解答用紙は 4 枚あります。

試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。

3. 監督者の指示に従って、解答用紙に受験番号を記入しなさい。
4. 解答は、別紙解答用紙の該当欄に記入しなさい。
5. 配付された解答用紙は持ち帰ってはいけません。
6. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

(1) 数列 $\{a_n\}$ に対して、

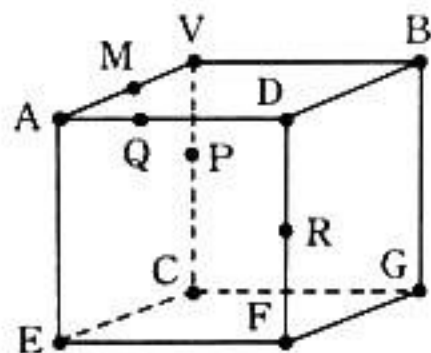
$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \left(a_k + \frac{1}{k+1} \right) = 2^n + 1 - \frac{1}{n+1}$$

がすべての自然数 n について成り立っているとき、次の問いに答えよ。

(i) 数列 $\{a_n\}$ の第 n 項 a_n を n の式で表せ。

(ii) $\sum_{k=1}^n a_k$ を求めよ。

(2) 図のような立方体 $VADB-CEFG$ があり、点 M は辺 VA の中点、点 P は辺 VC を $p : 1-p$ ($0 < p < 1$) に内分する点、点 Q は辺 AD を $1 : 2$ に内分する点、点 R は辺 DF の中点である。3点 M, P, Q を通る平面を π とする。 $\overrightarrow{VA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{VB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{VC} = \vec{c}$ とおいて、次の問いに答えよ。



(i) $\overrightarrow{MP}$, $\overrightarrow{MQ}$, $\overrightarrow{MR}$ をそれぞれ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。

(ii) 平面 π が点 R を通るときの p の値を求めよ。

(iii) 平面 π が辺 FG と共有点をもつように p の値の範囲を定めよ。

(3) 関数 $f(x) = \frac{1-x+x^2}{1-x^2}$ について、次の問いに答えよ。

(i) 関数 $y = f(x)$ の極値を求め、そのグラフをかけ。

(ii) 定積分 $\int_0^1 f(x) dx$ を求めよ。

(iii) 曲線 $y = f(x)$ ($0 \leq x \leq 1$) を x 軸の周りに 1 回転させてできる回転体の体積 V を求めよ。

(4) 0, 1, 2, 3, 4, 5 の数字が書かれた 6 個の玉がある。この中から、玉をもとに戻すことなく、1 個ずつ順に 5 個の玉を取り出す。取り出した玉の数字を順に a, b, c, d, e として、整数

$$N = a \times 10^4 + b \times 10^3 + c \times 10^2 + d \times 10 + e$$

をつくる。次の問いに答えよ。

(i) N がとり得るすべての 5 桁の整数を小さい方から順に並べる。このとき、小さい方から数えて 270 番目の数を求めよ。

(ii) N が 5 桁の整数となり、しかも、2 の倍数である場合は何通りあるか。また、 N が 5 桁の整数となり、しかも、5 の倍数である場合は何通りあるか。

(iii) N が 5 桁の整数となり、しかも、3 の倍数である場合は何通りあるか。

(iv) N が 5 桁の整数となり、しかも、2, 3, 5 のいずれかの倍数である確率を求めよ。