

平成 10 年度個別学力検査問題(鉾山学部)

数 学

後 期 日 程

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子は 2 ページあり、問題は(1)から(3)まで 3 題あります。解答用紙は 3 枚あります。

試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。

3. 監督者の指示に従って、解答用紙に受験番号を記入しなさい。
4. 解答は、別紙解答用紙の該当欄に記入しなさい。
5. 配付された解答用紙は持ち帰ってはいけません。
6. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

(1) 図1のように、一辺の長さが1の正三角形を T_1 、 T_1 の内接円を C_1 、 T_1 と C_1 の間の部分(図1の斜線部分)の面積を S_1 とする。次に、図2のように、 C_1 を外接円とする正三角形を T_2 、 T_2 の内接円を C_2 、 T_2 と C_2 の間の部分(図2の斜線部分)の面積を S_2 とする。以下、同様にして C_n を外接円とする正三角形を T_{n+1} 、 T_{n+1} の内接円を C_{n+1} 、 T_{n+1} と C_{n+1} の間の部分の面積を S_{n+1} とする。次の問いに答えよ。

(i) 内接円 C_1 の半径 r_1 を求めよ。また、面積 S_1 を求めよ。

(ii) $\frac{S_{n+1}}{S_n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) の値を求めよ。

(iii) $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ を求めよ。

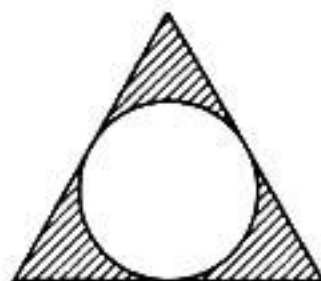


図 1

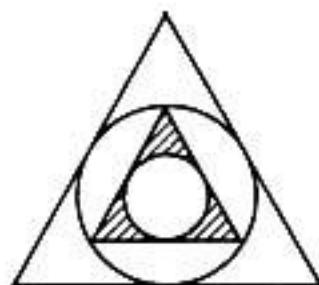


図 2

- (2) 曲線 $C_1: y = a \sin(x + \theta)$ と曲線 $C_2: y = \cos x - \sin^2 x$ が与えられている。ただし、 a と θ は定数で、 $0 \leq \theta \leq \pi$ とする。次の問いに答えよ。
- (i) 曲線 C_1 と C_2 は直線 $x = 0$ 上で交わり、そこでの曲線 C_1 の接線の傾きは $\frac{1}{\sqrt{3}}$ であるという。定数 a と θ を求めて、 C_1 の方程式を定めよ。
- (ii) 関数 $y = \cos x - \sin^2 x$ ($0 \leq x \leq \pi$) の増減を調べ、最大値と最小値を求めよ。
- (iii) $0 \leq x \leq \pi$ の範囲で、(i) で定めた曲線 C_1 と曲線 C_2 によって囲まれる図形の面積 S を求めよ。
- (3) 放物線 $C: y = x^2 + 1$ 上の点 $A(a, a^2 + 1)$ と原点を通る直線を ℓ とし、点 $B(0, 2)$ を通り ℓ に垂直な直線を m とする。 ℓ と m の交点を P とするとき、次の問いに答えよ。
- (i) 直線 ℓ と m の方程式をそれぞれ求めよ。
- (ii) 点 P の座標を a を用いて表せ。
- (iii) 点 P と点 $(0, 1)$ の距離 d を求めよ。
- (iv) 点 A が放物線 C 上を動くとき、点 P の描く曲線の方程式とその y 座標の範囲を求めよ。