B

平成11年度個別学力検査問題（医学部）

数　　学

前　期　日　程

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子は2ページあり，問題は(1)から(3)まで3題あります。解答用紙は5枚あります。

   試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。
3. 監督者の指示に従って，解答用紙に受験番号を記入しなさい。
4. 解答は，別紙解答用紙の該当欄に記入しなさい。
5. 配付された解答用紙は持ち帰ってはいけません。
6. 試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

（1） 平面上の原点をOとする。中心がO，半径が1の円をCとする。円Cの外部の点を$P(x_0, y_0)$とする。点Pを通り円Cに接する2直線をℓ_1，ℓ_2とする。このとき，次の問いに答えよ。

(i) 直線ℓ_1，ℓ_2と円Cの2つの接点を結ぶ線分の中点の座標を，点Pの座標x_0とy_0で表せ。

(ii) 直線ℓ_1，ℓ_2はy軸に平行でないとする。直線ℓ_1，ℓ_2とy軸の交点をそれぞれQ，Rとし，線分QRの中点をMとする。ただし，点QとRが一致するときは，点Mは点Q，Rと一致する点とする。このとき，点Mのy座標が2となる点Pのえがく曲線と直線$y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + 1$で囲まれる図形の面積を求めよ。

(iii) 直線ℓ_1，ℓ_2はy軸に平行でないとする。直線ℓ_1，ℓ_2と直線$x = -1$の交点をそれぞれS，Tとし，線分STの中点をNとする。点$(1, 0)$をAとする。このとき，ベクトル$\overrightarrow{PA}$とベクトル$\overrightarrow{ON}$は平行であることを証明せよ。

(iv) aを$a > 1$となる定数とする。点$P(x_0, y_0)$の座標は$x_0^2 + y_0^2 = a$，$x_0^2 \geqq 1$を満たすとする。このとき，点$B\left(\frac{x_0}{\sqrt{3}}, x_0 y_0^2\right)$に対し，線分OBの長さを最大にする$x_0^2$を求めよ。

（2） 実数 a に対し，空間内の点を

$$O(0,\ 0,\ 0),\quad A(1,\ 1,\ 1),\quad B(-1,\ 2,\ 3),\quad C(a,\ -1,\ 4)$$

とする。次の問いに答えよ。

(i) $\angle ABC = \theta$ とするとき，$\cos\theta$ の値を a で表せ。

(ii) 三角形 ABC の面積 $S(a)$ の最小値と，そのときの a の値を求めよ。

(iii) (ii)で求めた a の値に対して，O から三角形 ABC を含む平面に下ろした垂線を OH とする。このとき，ベクトル $\overrightarrow{AH}$ を $\overrightarrow{AH} = s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$ と表したときの s，t の値とベクトル $\overrightarrow{OH}$ の大きさを求めよ。

(iv) (ii)で求めた a の値に対して，四面体 OABC の体積を求めよ。

（3） 0，1，2，3，4，5，6，7 の数字が書かれた 8 枚のカードがある。次の問いに答えよ。

(i) 8 枚のカードの中から 1 枚取り出してもとに戻すことを n 回行う。この n 回の試行で，数字 7 のカードが取り出される回数が奇数である確率を p_n とするとき，p_n を n の式で表せ。

(ii) カードをもとに戻すことなく，1 枚ずつ 8 枚すべてを取り出し，左から順に横に一列に並べる。このとき，数字 m のカードの左側に並んだ m より小さい数字のカードの枚数が $m-1$ 枚である確率を求めよ。ただし，m は 1 から 7 までの整数のいずれかとする。

(iii) 8 枚のカードの中から同時に 3 枚取り出す。取り出した 3 枚のカードの数字のうちで，いちばん大きい数字からいちばん小さい数字を引いたときの差が k である確率を q_k とするとき，q_k を k の式で表せ。ただし，k は 2 から 7 までの整数のいずれかとする。また，この差の期待値を求めよ。