

(1) 2 次関数 $f(x) = 2x^2 - 4ax + a + 1$ について、次の問いに答えよ。ただし、 a は定数とする。

(i) $0 \leq x \leq 4$ における $f(x)$ の最小値を m とするとき、 m を a を用いて表せ。

(ii) $0 \leq x \leq 4$ においてつねに $f(x) > 0$ が成り立つように、 a の値の範囲を定めよ。

(2) 次の問いに答えよ。

- (i) 次のように定義される数列 $\{a_n\}$ の第 n 項 a_n ，および第 n 項までの和 $\sum_{k=1}^n a_k$ を n と x を用いて表せ。

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + x^2 + 2x \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (ii) (i) の数列 $\{a_n\}$ に対し， $f(x) = \sum_{k=1}^3 a_k$ とする。また $g(x) = -x^3 + 4x^2 + 12x + 7$ とする。曲線 $y = f(x)$ と曲線 $y = g(x)$ とで囲まれた図形において， $|f(x) - g(x)|$ が最大となるときの x の値を求めよ。

(3) 次の問いに答えよ。

- (i) 複素数平面上に直線 $l: 2x + 3y - 5 = 0$ がある。 l 上の任意の点を z で表す。 $z = x + yi$ と、 z に共役な複素数 $\bar{z} = x - yi$ がみたす関係式を

$$\bar{\alpha}z + \alpha\bar{z} - 10 = 0$$

の形に表せ。ただし、 i は虚数単位であり、 α は複素数の定数である。

- (ii) (i)において、原点を O とし、直線 l が実軸、虚軸と交わる点をそれぞれ A , B とする。線分 OA , OB 上にそれぞれ点 P , Q をとり、さらに l 上に 2 点 R , S をとる。4 点 P , Q , R , S のつくる四角形が正方形となるとき、2 点 R , S を表す複素数を求めよ。

- (iii) 複素数平面上に直線 l' がある。 l' 上の任意の点 z は関係式

$$\bar{\beta}z + \beta\bar{z} + c = 0$$

をみたすとする。ただし、 β は 0 でない複素数の定数、 c は 0 でない実数の定数とする。この直線 l' に関して原点 O と対称な点を w とするとき、複素数 w を β と c を用いて表せ。