

B

平成 20 年度個別学力検査問題(医学部医学科)

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は、2 ページあり、問題は(1)から(4)まで 4 題あります。解答用紙は 4 枚あります。
試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 監督者の指示に従って、解答用紙に受験番号を記入しなさい。
- 4 解答は、解答用紙の該当箇所に記入しなさい。ただし、該当箇所に記入しきれない場合は、その解答用紙の裏に記入してもよい。その場合、裏に記入したと明記しなさい。ただし、解答用紙の裏の上部 5 cm 以内には解答を記入してはいけません。
- 5 配付された解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
- 6 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

(1) 整数 m に対し、 $f(x) = x^2 - mx + \frac{m}{4} - 1$ とおく。次の問いに答えよ。

(i) 方程式 $f(x) = 0$ が、整数の解を少なくとも1つもつような m の値を求めよ。

(ii) 不等式 $f(x) \leq 0$ を満たす整数 x が、ちょうど4個あるような m の値を求めよ。

(2) xyz 空間に点 $C(0, 2, 2)$ を中心とする球面 $x^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2 = 1$ と点 $A(0, 0, 3)$ がある。球面上の点 P と点 A とを通る直線が xy 平面と交わるとき、その交点を $Q(a, b, 0)$ とする。次の問いに答えよ。

(i) 点 C を通る直線が直線 AQ と垂直に交わるとき、その交点を H とする。

$\overrightarrow{AH} = k\overrightarrow{AQ}$ を満たす実数 k を a, b で表せ。

(ii) (i) で定めた H について、線分 CH の長さを a, b で表せ。

点 P が球面上を動くとき、
(iii) 点 Q の存在範囲を式で表し、 xy 平面上に図示せよ。

(3) A, B 2 人が, 次のようなゲームをする。

1 枚の硬貨を 1 回投げるごとに, 表が出ると A が 1 点得点し, 裏が出ると B が 1 点得点する。どちらか一方の得点が 4 点になったときに硬貨投げを止め, 4 点得点した方を勝者とし, もう一方を敗者とする。このとき, 次の問いに答えよ。

- (i) A の得点が 1 点かつ B の得点が 2 点という状況を経て, A がこのゲームの勝者となる確率を求めよ。
- (ii) A の得点が B の得点より多いか, または同点であるという状態を, ゲームの始めから終わりまで保ちながら, A がこのゲームの勝者となる確率を求めよ。
- (iii) このゲームの勝者が決まるまでの, 硬貨を投げる回数の期待値を求めよ。また, 敗者の得点の期待値を求めよ。

(4) 関数 $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 2x + 2}$ について, 次の問いに答えよ。

- (i) $y = f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。
- (ii) 直線 $l: y = -2x + a$ が, 曲線 $C: y = f(x)$ に接するような定数 a の値を求めよ。また, l と C との接点の座標を求めよ。
- (iii) b を(ii)で求めた接点の x 座標の値とすると, 次の積分の値を求めよ。

$$\int_b^0 f(x) dx$$