

C

平成 20 年度個別学力検査問題(工学資源学部)

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は、2 ページあり、問題は(1)から(3)まで 3 題あります。解答用紙は 3 枚あります。
試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 監督者の指示に従って、解答用紙に受験番号を記入しなさい。
- 4 解答は、解答用紙の該当箇所に記入しなさい。ただし、該当箇所に記入しきれない場合は、その解答用紙の裏に記入してもよい。その場合、裏に記入したと明記しなさい。ただし、解答用紙の裏の上部 5 cm 以内には解答を記入してはいけません。
- 5 配付された解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
- 6 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

(1) 次の問いに答えよ。

(i) $(x + 2y)^4$ の展開式を求めよ。

(ii) $(x + 2y + z)^7$ の展開式における, $x^2y^2z^3$ の係数を求めよ。

(iii) a を実数とする。 $(1 + ax)^5\left(x - \frac{2}{x}\right)^4$ の展開式における, x^4 の係数が 41 となるような a の値を求めよ。

(2) $f(x) = \cos x + 2 \sin x$ とおく。ただし, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ とする。次の問いに答えよ。

(i) $t = \cos x$ とおく。 $\cos 4x$ を t で表せ。

(ii) 関数 $y = f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。

(iii) $y = f(x)$ が最大になるときの x の値を θ とするとき, $\sin 2\theta - \cos 4\theta$ の値を求めよ。

(3) 定数 $a > 0$, $r > 0$ に対し,

$$f(x) = (a^2 - x^2)^r, \quad g(x) = -f(x)$$

とおく。 xy 平面上, 区間 $-a \leq x \leq a$ において曲線 $y = f(x)$ と曲線 $y = g(x)$ に囲まれる図形を G とする。また, 実数 $t (0 < t < a)$ に対し, 4 点 $(t, f(t))$, $(t, g(t))$, $(-t, f(-t))$, $(-t, g(-t))$ を頂点とする四角形を H とする。さらに, 図形 G から四角形 H の部分を除いた領域を I とする。このとき, 次の問いに答えよ。

(i) $r = 1$ のとき, I の面積を a, t で表せ。

(ii) t を $0 < t < a$ で変化させる。 H の面積が最大になるときの t を a, r で表せ。

(iii) (ii) で求められた t の値が, さらに $a^2 = 2t^2$ を満たすとき, I の面積を a で表せ。