

A

平成 21 年度個別学力検査問題(教育文化学部)

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は、2 ページあり、問題は(1)から(3)まで3 題あります。解答用紙は3 枚あります。
試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 監督者の指示に従って、解答用紙に受験番号を記入しなさい。
- 4 解答は、解答用紙の該当箇所に記入しなさい。ただし、該当箇所に記入しきれない場合は、その解答用紙の裏に記入してもよい。その場合、裏に記入したと明記しなさい。ただし、解答用紙の裏の上部 5 cm 以内には解答を記入してはいけません。
- 5 配付された解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
- 6 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

(1) 数列 $\{a_n\}$ を次の式

$$a_1 = 1, a_2 = 3, a_{n+2} + a_{n+1} - 6a_n = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。また、 α と β を

$$a_{n+2} - \alpha a_{n+1} = \beta(a_{n+1} - \alpha a_n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たす実数とする。ただし、 $\alpha < \beta$ とする。次の問いに答えよ。

(i) a_3, a_4 を求めよ。

(ii) α, β を求めよ。

(iii) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対し $b_n = a_{n+1} - \alpha a_n$ とおくと、数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

(iv) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対し $c_n = a_{n+1} - \beta a_n$ とおくと、数列 $\{c_n\}$ は等比数列である。数列 $\{c_n\}$ の公比と一般項を求めよ。

(v) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) $\triangle OAB$ を辺の長さがそれぞれ $OA = 4, OB = 3, AB = 2$ である三角形とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とおくと、次の問いに答えよ。

(i) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値を求めよ。

(ii) $\triangle OAB$ の重心を G とするとき、 $\overrightarrow{OG}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表せ。

(iii) 角 $\angle AOB$ の二等分線と辺 AB との交点を C とするとき、 $\overrightarrow{OC}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表せ。

(iv) 角 $\angle AOB$ の二等分線と角 $\angle OAB$ の二等分線の交点を I とするとき、 $\overrightarrow{OI}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表せ。

(3) $0 < a < 1$ とし、放物線 $C: y = x^2$ と点 $A(a, a^2)$ を考える。次の問いに答えよ。

(i) 点 A における放物線 C の接線 l と x 軸との交点の座標を求めよ。

(ii) 放物線 C と 3 直線 l , $x = \frac{a}{2}$, $x = 1$ で囲まれた 2 つの部分の面積の和を S とする。 S を a を用いて表せ。

(iii) a が $0 < a < 1$ を満たして動くとき、(ii)の S の最小値を求めよ。