

C

平成 21 年度個別学力検査問題(工学資源学部)

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は、2 ページあり、問題は(1)から(3)まで 3 題あります。解答用紙は 3 枚あります。
試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 監督者の指示に従って、解答用紙に受験番号を記入しなさい。
- 4 解答は、解答用紙の該当箇所に記入しなさい。ただし、該当箇所に記入しきれない場合は、その解答用紙の裏に記入してもよい。その場合、裏に記入したと明記しなさい。ただし、解答用紙の裏の上部 5 cm 以内には解答を記入してはいけません。
- 5 配付された解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
- 6 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

(1) a, b は正の実数であり, $b > \frac{a^2}{2}$ を満たすとする。次の問いに答えよ。

(i) 不等式 $y \leq 2x^2$, $y \geq ax$, $y \leq b$, $x \geq 0$ を同時に満たす領域において, 放物線 $y = 2x^2$ と直線 $y = ax$ と直線 $y = b$ とで囲まれた図形の面積を S とする。 S を a と b を用いて表せ。

(ii) (i) の図形を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を V とする。 V を a と b を用いて表せ。

(iii) $b = a$ とする。 a の値が変化するとき, (ii) の V の増減を調べ, 極値を求めよ。

(2) 三角形 $\triangle OAB$ に対し $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とおき, $0 < \alpha < 1$ とする。

辺 OA を $\alpha : 1 - \alpha$ に内分する点を C , 辺 OB を $2 : 1$ に内分する点を D とし, 線分 BC と線分 AD の交点を E とする。また, 辺 AB の中点を F とする。次の問いに答えよ。

(i) $\overrightarrow{OE}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, α を用いて表せ。

(ii) $\overrightarrow{EF}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, α を用いて表せ。

(iii) 2 つのベクトル $\vec{a}$ と $\vec{b}$ は直交し, $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ とする。 α が $0 < \alpha < 1$ を満たして動くとき, 線分 EF の長さが最小となる α の値を求めよ。

(3) 数列 $\{a_n\}$ を次の式

$$a_1 = 1, a_2 = 3, a_{n+2} + a_{n+1} - 6a_n = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。また、 α と β を

$$a_{n+2} - \alpha a_{n+1} = \beta(a_{n+1} - \alpha a_n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たす実数とする。ただし、 $\alpha < \beta$ とする。次の問いに答えよ。

(i) a_3, a_4 を求めよ。

(ii) α, β を求めよ。

(iii) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対し $b_n = a_{n+1} - \alpha a_n$ とおくと、数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

(iv) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対し $c_n = a_{n+1} - \beta a_n$ とおくと、数列 $\{c_n\}$ は等比数列である。数列 $\{c_n\}$ の公比と一般項を求めよ。

(v) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。