

C

平成 22 年度個別学力検査問題(工学資源学部)

数 学

前 期 日 程

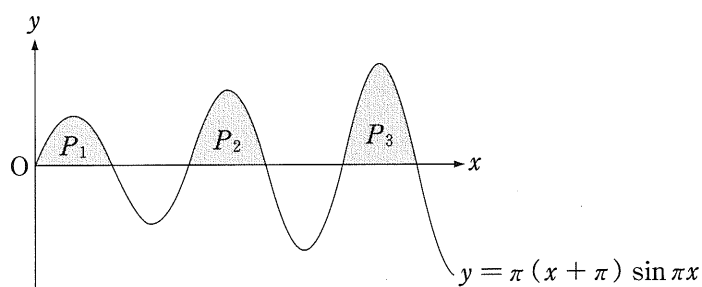
注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てもいけません。
- 2 この問題冊子は、2 ページあり、問題は(1)から(3)まで 3 題あります。解答用紙は 3 枚あります。
試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 監督者の指示に従って、解答用紙に受験番号を記入しなさい。
- 4 解答は、解答用紙の該当箇所に記入しなさい。ただし、該当箇所に記入しきれない場合は、その解答用紙の裏に記入してもよい。その場合、裏に記入したと明記しなさい。ただし、解答用紙の裏の上部 5 cm 以内には解答を記入してはいけません。
- 5 配付された解答用紙は、持ち帰ってははいけません。
- 6 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

(1) n を自然数とするととき、次の問いに答えよ。

(i) 不定積分 $\int \pi(x + \pi) \sin \pi x \, dx$ を求めよ。

(ii) 下の図のように、曲線 $y = \pi(x + \pi) \sin \pi x$ ($0 \leq x \leq 2n - 1$) と x 軸とで囲まれた図形の x 軸より上側にある部分を、原点側から順に $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ と分けるとき、図形 P_k の面積 S_k ($k = 1, 2, 3, \dots, n$) を k の式で表せ。



(iii) (ii)の S_k に対して、 $\sum_{k=1}^n S_k$ を n の式で表せ。

(2) $\triangle OAB$ の面積を S とするとき、次の問いに答えよ。

(i) $S = \frac{1}{2} \sqrt{|\vec{OA}|^2 |\vec{OB}|^2 - (\vec{OA} \cdot \vec{OB})^2}$ となることを示せ。

(ii) $\vec{OA} \cdot \vec{AB} = x$, $\vec{AB} \cdot \vec{BO} = y$, $\vec{BO} \cdot \vec{OA} = z$ のとき、 S を x, y, z の式で表せ。

(3) xy 平面上の放物線 $C: y = x^2 - 3x$ と、点 $P(1, -6)$ に対して、次の問いに答えよ。

(i) P を通って放物線 C に接する直線の方程式を求めよ。

(ii) 放物線 C と(i)の直線との接点のうち x 座標が負のものを Q , 正のものを R とする。 S は直線 QR 上にあり Q と異なる点とする。 S の x 座標を t とし、 P, Q, S の 3 点を通る円の方程式を $x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$ とするとき、 l, m, n をそれぞれ t の式で表せ。

(iii) (ii)の円の中心の軌跡を求めよ。さらに、(ii)の円の半径が最小となる t の値を求めよ。