

C

平成 23 年度個別学力検査問題(工学資源学部)

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は、2 ページあり、問題は(1)から(3)まで 3 題あります。解答用紙は 3 枚あります。
試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 監督者の指示に従って、解答用紙に受験番号を記入しなさい。
- 4 解答は、解答用紙の該当箇所に記入しなさい。ただし、該当箇所に記入しきれない場合は、その解答用紙の裏に記入してもよい。その場合、「裏に記入」と明記しなさい。ただし、解答用紙の裏の上部(破線より上の部分)には解答を記入してはいけません。
- 5 配付された解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
- 6 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

(1) 次の問いに答えよ。

(i) g, m, n を実数とし, $g = 2^{\frac{702+m}{1200}}, \frac{1}{2^6} g^{12} = 2^{\frac{1200+n}{1200}}$ とする。

① $g^4 = 5$ となる m を求めよ。ただし, $\log_2 5 = 2.32$ として計算せよ。

② m を用いて n を表せ。

(ii) 定積分 $\int_0^{1200} 2^{\frac{1200+x}{1200}} dx$ を求めよ。

(2) 関数 $f(x) = e^x$ について, 次の問いに答えよ。

(i) 原点から $y = f(x)$ のグラフへ引いた接線の方程式を求めよ。

(ii) (i)の接線の接点を P_1 とする。点 P_1 から x 軸に下ろした垂線と x 軸との交点を $A_1(a_1, 0)$ とする。このとき, 点 A_1 から $y = f(x)$ のグラフへ引いた接線の方程式を求めよ。

(iii) (ii)の接線の接点を P_2 とする。点 P_2 から x 軸に下ろした垂線と x 軸との交点を $A_2(a_2, 0)$ とする。このとき, 点 A_2 から $y = f(x)$ のグラフへ接線を引き, その接点を P_3 とする。さらに, 点 P_3 から x 軸に下ろした垂線と x 軸との交点を $A_3(a_3, 0)$ とする。このようにして, 次々に x 軸上の点 $A_1(a_1, 0), A_2(a_2, 0), A_3(a_3, 0), \dots$ を得る。このとき, 数列 $a_1, a_2, a_3, \dots$ の一般項 a_n を推定し, その推定が正しいことを数学的帰納法で証明せよ。

(3) 平面上の相異なる3点O, A, Bに対して, $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とし,
 $\vec{p}=\vec{a}+2\vec{b}$, $\vec{q}=\frac{-\vec{a}+2\vec{b}}{4}$ とする。また, $\vec{p}=\overrightarrow{OP}$, $\vec{q}=\overrightarrow{OQ}$ であるような
 2点P, Qをとる。 $|\vec{p}|=4$, $|\vec{q}|=1$ であるとき, 次の問いに答えよ。

(i) $|\vec{a}|=|\vec{b}|$ のとき, 内積 $\vec{p} \cdot \vec{q}$ を求めよ。

(ii) 2点A, Bを通る直線と, 2点P, Qを通る直線が直交するとき, 内積 $\vec{p} \cdot \vec{q}$
 を求めよ。

(iii) $\triangle OAB$ の面積が最大になるとき, $\vec{p}$ と $\vec{q}$ のなす角 θ を求めよ。