

A, B, B R, C, D

平成 27 年度個別学力検査問題
(国際資源学部, 教育文化学部, 医学部, 理工学部)

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで, この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は, 4 ページあり, 問題は(1)から(7)まで 7 題あります。解答用紙は 3 枚あります。計算用紙(白紙)は 1 枚あります。
試験中に問題冊子の印刷不鮮明, ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は, 手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 受験する学部によりそれぞれ 3 題出題されます。国際資源学部は(2), (3), (4), 教育文化学部(理数教育コースを除く)は(1), (2), (3), 教育文化学部(理数教育コース)は(1), (3), (4), 医学部は(5), (6), (7), 理工学部は(1), (3), (4)にそれぞれ解答しなさい。
- 4 監督者の指示に従って, 解答用紙に受験番号を記入しなさい。
- 5 1 枚の解答用紙に 1 つの問題を解答しなさい。また, 解答用紙の指定された()内に解答する問題の番号を記入しなさい。解答用紙の表面に解答を記入しきれない場合は, その裏に記入してもよい。その場合, 解答用紙の右下に「裏に記入」と明記しなさい。ただし, 解答用紙の裏の上部(破線の上の部分)には解答を記入してはいけません。
- 6 配付された解答用紙は, 持ち帰ってはいけません。
- 7 試験終了後, 問題冊子および計算用紙は持ち帰りなさい。

(1) 3個のさいころを同時に投げるとする。次の問いに答えよ。

- (i) 出る目の和が5になる確率を求めよ。
- (ii) 出る目の和が10になる確率を求めよ。
- (iii) 出る目の和が5の倍数になる確率を求めよ。

(2) 次の問いに答えよ。

- (i) 次の数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

4, 11, 24, 43, 68, 99, ……

- (ii) 次の方程式を解け。

① $\log_2 x = \log_4 5$

② $\log_2 x^2 = 5$

- (iii) $f(x) = x^3 + 3x^2 - 45x + 41$ とする。 $-8 \leq x \leq 8$ における関数 $y = f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。

(3) 連立不等式 $x \geq 0$, $y \geq 0$, $3x + y \leq 8$, $x + 3y \leq 9$ が表す領域を A とする。次の問いに答えよ。

(i) 直線 $3x + y = 8$ と直線 $x + 3y = 9$ の交点の座標を求めよ。また、領域 A を図示し、その面積を求めよ。

(ii) 領域 A において、 $\frac{3}{4}x + y$ の最大値と最小値を求めよ。また、そのときの x , y の値を求めよ。

(iii) 不等式 $y \geq \frac{8}{3}x^2$ が表す領域と領域 A の共通部分を領域 B とする。領域 B の面積を求めよ。

(iv) 不等式 $y \leq ax$ が表す領域と領域 A の共通部分を領域 C とする。領域 C の面積が領域 B の面積と等しくなる実数 a の値を求めよ。

(4) $f(x) = |1 + 2 \sin 2x|$ とする。次の問いに答えよ。

(i) $0 \leq x \leq \pi$ のとき、方程式 $f(x) = 0$ を解け。

(ii) $0 \leq x \leq \pi$ における関数 $y = f(x)$ のグラフの概形をかけ。

(iii) $\int_0^\pi f(x) dx$ を求めよ。

(iv) $\int_{\frac{11}{12}\pi}^x f(t) dt = 3\pi + 18\sqrt{3}$ となる x の値を求めよ。

(5) 次の問いに答えよ。

(i) $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ を因数分解せよ。

(ii) 整数 a, b, c に対して、 $a + b + c$ と abc が 3 の倍数のとき、 $a^3 + b^3 + c^3$ は 9 の倍数であることを示せ。

(iii) 実数 a, b, c が $a + b + c = 6$, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{3}$ を満たすとき、 $a^3 + b^3 + c^3 + 3abc$ の値を求めよ。

(6) 四面体 $OABC$ において、 $AB = BC = CA$, $OA = 1$, $OB = OC = \sqrt{2}$, $\angle AOB = \angle AOC = 90^\circ$, $\angle BOC = \theta$ とする。点 D を BC の中点とし、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする。次の問いに答えよ。

(i) 点 P を AD 上の点とし、 $AP : PD = t : (1 - t)$ とするとき、 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, t$ を用いて $\overrightarrow{OP}$ を表せ。

(ii) 点 P を AD 上の動点とする。 OP の長さが最小となるとき、 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \theta$ を用いて $\overrightarrow{OP}$ を表せ。

(iii) 点 Q を以下の①～③を満たすように定める。このとき $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \theta$ を用いて $\overrightarrow{OQ}$ を表せ。

- ① 四面体 $OABC$ の体積と四面体 $QABC$ の体積は等しい
- ② $QA = QB = QC$
- ③ 線分 OQ は 3 点 A, B, C が定める平面と交点をもたない

(7) $F(x)$, $f(x)$, $g(x)$ は関数である。次の問いに答えよ。

(i) $0 < a \leq \pi$ とし、 $F(x) = \int_a^x \cos(t-a)g(\sin(t-a))dt - f(x)$ とする。

① $f(x)$ は $(1-x)\int_0^x f(t)dt = x\int_x^1 f(t)dt$ と $f(1)=1$ を満たすとする。

$f(x)$ を求めよ。

② $f(x)$ は①で求めた関数である。 $g(x)$ は、 $x < y$ ならば $g(x) > g(y)$ を満たし、 $g\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0$ であるとする。このとき、开区間 $(a, 2a)$ で $F(x)$ が極大値をただ1つもつように、 a の値の範囲を定めよ。

(ii) $a \geq 0$ とし、 $F(x) = \int_a^{x+a} \cos(t-a)g(\sin(t-a))dt - f(x)$ とする。

$f(x) > 0$, $f'(x) > 0$ であり、 $g(x) = xf(x)$ であるとする。 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ のとき $F(x) \leq 0$ となることを示せ。