

問題訂正

数学

5 ページ (8), 1~4行目

(誤)

$b > 0$, $a = 2\sqrt{3}b$ とし, 原点を O とする座標平面上の楕円 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ を E とする。楕円 E 上の点を $P(x, y)$ とし, x 軸の正の部分から半直線 OP に向かって測った角を θ とする。このとき, 楕円 E 上の点 P の媒介変数表示は $x = a \cos \theta$, $y = b \sin \theta$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) で与えられる。次の問いに答えよ。

(正)

$b > 0$, $a = 2\sqrt{3}b$ とし, 原点を O とする座標平面上の楕円 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ を E とする。楕円 E 上の点 $P(x, y)$ の媒介変数表示は $x = a \cos \theta$, $y = b \sin \theta$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) で与えられる。次の問いに答えよ。

A, B, B R, C, D

平成 28 年度個別学力検査問題
(国際資源学部, 教育文化学部, 医学部, 理工学部)

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで, この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は, 5 ページあり, 問題は(1)から(8)まで 8 題あります。解答用紙は 3 枚あります。計算用紙(白紙)は 1 枚あります。
試験中に問題冊子の印刷不鮮明, ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は, 手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 受験する学部によりそれぞれ 3 題出題されます。国際資源学部は(3), (4), (5), 教育文化学部(理数教育コースを除く)は(1), (2), (4), 教育文化学部(理数教育コース)は(1), (4), (5), 医学部は(6), (7), (8), 理工学部は(3), (4), (5)をそれぞれ解答しなさい。
- 4 監督者の指示に従って, すべての解答用紙に受験番号を記入しなさい。
- 5 1 つの解答用紙に 1 つの問題を解答しなさい。また, 解答用紙の指定された()内に解答する問題の番号を記入し, その用紙には記入した番号の問題を解答しなさい。
- 6 解答用紙の表に記入しきれない場合は, その裏に記入してもよい。その場合, 解答用紙の表の右下に「裏に記入」と明記しなさい。ただし, 解答用紙の裏の上部(破線の上の部分)には解答を記入してはいけません。
- 7 配付された解答用紙は, 持ち帰ってはいけません。
- 8 試験終了後, 問題冊子および計算用紙は持ち帰りなさい。

(1) 次の問いに答えよ。

(i) 次の式で定義される数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + 4n - 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

次の項を求めよ。

- ① 第2項から第5項まで
- ② 一般項 a_n

(ii) 次の値を求めよ。

- ① $(1+x)^{10}$ の展開式における x^7 の項の係数
- ② 16^{16} を 225 で割ったときの余り

(2) $f(x) = x^2 - 3x$ とする。次の問いに答えよ。

(i) $-3 \leq x \leq 3$ における $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。

(ii) 点 $(3, -4)$ から放物線 $y = f(x)$ に引いた接線の方程式を求めよ。

(iii) 放物線 $y = f(x)$ と(ii)の接線で囲まれた図形の面積を求めよ。

(3) $f(x) = \log_2(x+1) + \log_2(x-2) - 2$, $g(x) = |x(x-2)|$ とする。次の問いに答えよ。

(i) 方程式 $f(x) = 0$ を解け。

(ii) 関数 $y = g(x)$ のグラフの概形をかけ。

(iii) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸との交点の座標を $(a, 0)$ とする。このとき、曲線 $y = g(x)$ ($-1 \leq x \leq a$) と x 軸、および2直線 $x = -1$, $x = a$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

(4) a は実数とする。座標平面上に3点 $A(a^3 + a - 4, 5)$, $B(2a, 3)$, $C(a+1, 2)$ がある。次の問いに答えよ。

(i) $a = 0$ のとき、ベクトル $\overrightarrow{AB}$ に垂直で、大きさが1のベクトルを求めよ。

(ii) $a = 0$ のとき、 $\triangle ABC$ の面積を求めよ。

(iii) 3点 A , B , C が一直線上に並ぶ場合があるか調べよ。

- (5) 原点を O とする座標平面上に 2 点 $A(1, 0)$, $B(0, 1)$ をとり, O を中心とする半径 1 の円の第 1 象限にある部分を C とする. 3 点 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$, R は C の周上にあり, $2y_1 = y_2$ および $\angle AOP = 4\angle AOR$ を満たすものとする. 直線 OQ と直線 $y = 1$ の交点を Q' , 直線 OR と直線 $y = 1$ の交点を R' とする. $\angle AOP = \theta$ とするとき, 次の問いに答えよ.

(i) 点 Q の座標を θ を用いて表せ.

(ii) 点 Q' と点 R' の座標を θ を用いて表せ.

(iii) 点 P が点 A に限りなく近づくとき, $\frac{BR'}{BQ'}$ の極限を求めよ. ただし, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ であることは用いてよい.

- (6) i を虚数単位とする. 複素数 z が等式 $|iz + 3| = |2z - 6|$ を満たすとき, 次の問いに答えよ.

(i) この等式を満たす点 z 全体は, どのような図形を表すか答えよ.

(ii) $z - \bar{z} = 0$ を満たす z を求めよ.

(iii) $|z + i|$ の最大値を求めよ.

(7) 袋 A には白玉 3 個, 黒玉 4 個, 袋 B には白玉 3 個, 黒玉 2 個が入っている。

このとき, 次の操作(*)を行う。

(*) $\left[\begin{array}{l} \text{はじめに袋 A から 1 個の玉を取り出して袋 B に入れ, そのあとよくか} \\ \text{き混ぜてから, 袋 B から 1 個の玉を取り出して袋 A に入れる。} \end{array} \right.$

次の問いに答えよ。

(i) 操作(*)のあとで, 袋 A から玉を 1 個取り出すとき, それが白玉である確率を求めよ。

(ii) 操作(*)のあとで, 袋 A から玉を 1 個取り出したら白玉であったという条件のもとで, 袋 B の中の白玉が 2 個である確率を求めよ。

(iii) 操作(*)のあとで, 1 枚の硬貨を投げて, 表が出たら袋 A にだけ白玉を 1 個入れ, 裏が出たら袋 B にだけ白玉 1 個を入れる。このとき, 袋 A から玉を 1 個取り出したら白玉であったという条件のもとで, 白玉が入れられたのは袋 A である確率を求めよ。

- (8) $b > 0$, $a = 2\sqrt{3}b$ とし、原点を O とする座標平面上の楕円 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ を E とする。楕円 E 上の点を $P(x, y)$ とし、 x 軸の正の部分から半直線 OP に向かって測った角を θ とする。このとき、楕円 E 上の点 P の媒介変数表示は $x = a \cos \theta$, $y = b \sin \theta$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) で与えられる。次の問いに答えよ。

(i) 点 P で楕円 E と共通の接線をもつ円を考える。このような円のうち、不等式 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \geq 1$ の表す領域内にある円を C とする。円 C の半径を $r(\theta)$ とするとき、 C の中心を θ と $r(\theta)$ を用いて表せ。

(ii) $2d = 11b$ とし、4つの頂点が (d, d) , $(-d, d)$, $(-d, -d)$, $(d, -d)$ である正方形 F を考える。点 P が楕円 E 上を動くとき、(i) の円 C の中心は正方形 F の周上を動くとする。このとき、 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ に対して、 C の半径 $r(\theta)$ を求めよ。

(iii) (ii) の $r(\theta)$ の $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ における最大値は $\frac{5\sqrt{5}}{2}b$ であることを示せ。