

A, B, B R, C, D

平成 29 年度個別学力検査問題
(国際資源学部, 教育文化学部, 医学部, 理工学部)

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで, この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は, 5 ページあり, 問題は(1)から(8)まで 8 題あります。解答用紙は 3 枚あります。計算用紙(白紙)は 1 枚あります。
試験中に問題冊子の印刷不鮮明, ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は, 手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 受験する学部によりそれぞれ 3 題出題されます。国際資源学部は(3), (4), (5), 教育文化学部(理数教育コースを除く)は(1), (2), (3), 教育文化学部(理数教育コース)は(2), (3), (6), 医学部は(6), (7), (8), 理工学部は(2), (3), (6)をそれぞれ解答しなさい。
- 4 監督者の指示に従って, 解答用紙に受験番号を記入しなさい。
- 5 1 つの解答用紙に 1 つの問題を解答しなさい。また, 解答用紙の指定された()内に解答する問題の番号を記入し, その用紙には記入した番号の問題を解答しなさい。
- 6 解答用紙の表に記入しきれない場合は, その裏に記入してもよい。その場合, 解答用紙の表の右下に「裏に記入」と明記しなさい。ただし, 解答用紙の裏の上部(破線の上の部分)には解答を記入してはいけません。
- 7 配付された解答用紙は, 持ち帰ってはいけません。
- 8 試験終了後, 問題冊子および計算用紙は持ち帰りなさい。

(1) 文字 A, B, C, D, E, F, G, H, I, J のどれか 1 つが書かれている 10 種類の玉があり、以下のように 10 個の玉が入っている袋を 3 種類用意する。

- ・ 10 種類の玉が全て入っている袋 α

- ・ A が書かれている玉が 3 つ, B, C, D, E, F, G, H が書かれている玉が 1 つずつ入っている袋 β

- ・ A が書かれている玉が 5 つ, B, C, D, E, F が書かれている玉が 1 つずつ入っている袋 γ

この 3 種類の袋に対して、袋から玉を 1 個取り出し、書かれている文字を調べてから同じ袋に戻す試行を行う。次の問いに答えよ。

(i) この試行を 2 回繰り返したとき、1 回目と 2 回目で取り出した玉に書かれている文字が異なる確率を、袋 α 、袋 β 、袋 γ についてそれぞれ求めよ。

(ii) この試行を 3 回繰り返したとき、3 回目で取り出した玉に書かれている文字が、1 回目または 2 回目で取り出した玉に書かれている文字と同じである確率を、袋 α 、袋 β 、袋 γ についてそれぞれ求めよ。

- (2) xy 平面上に原点 O を中心とする単位円がある。単位円上に点 A をとり、半径 OA が x 軸の正の部分となす角を θ ($0 \leq \theta < 2\pi$) とする。さらに単位円上に点 B, C を、反時計回りに点 A, B, C の順に並ぶようにとる。 $\angle ABC = \frac{\pi}{4}$, $\angle ACB = \frac{\pi}{3}$ とする。次の問いに答えよ。

- (i) 点 A, B, C について、それぞれの座標を θ を用いて表せ。
- (ii) 3 点 A, B, C の x 座標の和が 0 となるときの θ に対し、 $\tan \theta$ を求めよ。
- (iii) 3 点 A, B, C の x 座標の和の平方と、3 点 A, B, C の y 座標の和の平方との和を求めよ。

- (3) 点 O を頂点とし、平行四辺形 $ABCD$ を底面とする四角錐 $OABCD$ がある。辺 OA を $s : (1-s)$ に内分する点を P 、辺 OC を $t : (1-t)$ に内分する点を Q 、辺 OB を $1 : 3$ に内分する点を R とする。ただし、 $0 < s < 1$, $0 < t < 1$ とする。4 点 P, R, Q, D が同一平面上にあるとき、次の問いに答えよ。

- (i) $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ を用いて、 $\overrightarrow{RP}$, $\overrightarrow{RQ}$, $\overrightarrow{RD}$ をそれぞれ表せ。

- (ii) t を用いて s を表せ。

- (iii) $\triangle OPQ$ の面積が $\triangle OAC$ の面積の $\frac{1}{6}$ となるとき、 s の値を求めよ。

- (4) 原点を O とする xy 平面上にある放物線 $C: y = ax^2$ ($a > 0$) 上に点 P をとり、原点 O と点 P を結ぶ線分 OP の中点を Q とする。ただし、点 P が原点にあるとき、点 Q は原点とする。次の問いに答えよ。

- (i) y 座標が 100 となる点 P の x 座標を求めよ。
- (ii) 点 P が放物線 C 上を動くとき、点 Q の軌跡を表す方程式を求め、図示せよ。
- (iii) 点 P の x 座標を x_1 ($x_1 > 0$) とし、対応する点 Q の x 座標を x_2 とする。放物線 C と直線 $x = x_1$ と x 軸で囲まれた図形の面積を S_1 とし、(ii) で求めた点 Q の軌跡と直線 $x = x_2$ と x 軸で囲まれた図形の面積を S_2 とする。このとき、 $S_1 : S_2$ を求めよ。

- (5) 次の問いに答えよ。

- (i) 関数 $\log(x + \sqrt{x^2 + 1})$ の導関数を求めよ。
- (ii) 不定積分 $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3}} dx$ を求めよ。
- (iii) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{10n^2 + 6nk + k^2}}$ の値を求めよ。

(6) 定数 a に対し, $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$, $g(x) = \frac{1-(x-a)^2}{1+(x-a)^2}$ とする。関数 $f(x)$ と関数 $g(x)$ が同じ $x = t$ で極大になるとする。次の問いに答えよ。

(i) a の値と t の値を求めよ。

(ii) 関数 $y = f(x)$ のグラフと関数 $y = g(x)$ のグラフのすべての共有点の座標を求めよ。

(iii) $x \geq 0$ において, 曲線 $y = f(x)$ と曲線 $y = g(x)$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

(7) n を自然数とする。次の問いに答えよ。

(i) 8^n を 11 で割った余りが 3 となる n をすべて求めよ。

(ii) 11^n を 17 で割った余りが 4 となる n をすべて求めよ。

(iii) (i)の条件と(ii)の条件を同時に満たす n をすべて求めよ。

(8) xyz 空間に中心が点 $(0, 0, 1)$ 、半径が1の球面 S がある。球面 S 上の点 $N(0, 0, 2)$ と xy 平面上にある点 $P(a, b, 0)$ を結ぶ線分 NP が点 N と異なる点 Q で球面 S と交わる。さらに xy 平面上に2点 $A(2, 0, 0)$ 、 $B\left(0, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)$ をとる。次の問いに答えよ。

(i) a, b を用いて点 Q の座標を表せ。

(ii) 点 P は直線 AB 上を動くとする。線分 NQ の長さの最大値とそのときの点 P の座標をそれぞれ求めよ。

(iii) 点 P が直線 AB 上を動くとき、線分 QP の長さは(ii)で求めた点 P で最小になることを示せ。