

氏名	
----	--

受験番号	1 枠に 1 字ずつはっきりと書くこと			

S



1996年度 数 学

合計点

(その 1)

注 意 (1) **1**, **2** の解答は、解答用紙 3 に、その指示に従ってすること。

(2) 裏面は、計算用紙として使用してもよいが、採点の対象とはしない。

- 1** 実数 a, b, c, d を成分とする行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ によって表される 1 次変換は、円 $x^2 + y^2 = 1$ を円 $x^2 + y^2 = 25$ に写し、ベクトル $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ をベクトル $k \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ に写す。ここに、 k はある正の実数である。このとき $k =$ **ア** であり、
 $a \geq 0$ のときには $a =$ **イ**, $b =$ **ウ**, $c =$ **エ**, $d =$ **オ**,
 $a < 0$ のときには $a = -$ **カ**, $b =$ **キ**, $c =$ **ク**, $d =$ **ケ** である。

- 2** xy 平面において、点 $P(x, y)$ が
 $x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1$
を満たしながら動くとき、 $X = x + y, Y = x^2y + xy^2$ を座標とする点 $Q(X, Y)$ は、

$$X \geq \text{コ}, Y \geq \text{サ}, \frac{\text{シ}}{\text{ス}} (X \text{セ} - X) \leq Y \leq \frac{\text{ソ}}{\text{タ}} X \text{チ}$$

によって表される図形 D の上を動く。この図形 D の面積は $\frac{\text{ツ}}{\text{テ}}$ である。ただし、分数はすべて既約分数とする。

- 3** xyz 空間において、球面 $S: x^2 + y^2 + z^2 = 1$ をとる。

(1) 球面 S の上の点で平面 $x - 2y + 2z = 1$ からもっとも遠い点 P の座標を求めよ。

(2) 球 $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ を平面 $x - 2y + 2z = 1$ で切った切り口を底面とし、上の点 P を頂点とする円錐の体積を求めよ。

氏名	
----	--

受験番号	1枠に1字ずつはっきりと書くこと			

S



1996年度 数

学

合計点	
-----	--

(その2)

- 4 $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ において定義された微分可能な増加関数 $f(x)$ がある。曲線 $y = f(x)$ は原点を通り、その曲線の原点から点 $(x, f(x))$ までの長さは $\frac{1}{2} \log \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}$ である。関数 $f(x)$ を求めよ。

評 点

- 5 自然数 $1, 2, 3, \dots$ を右のように並べる。
上から i 番目、左から j 番目の数を a_{ij} と書くとき、
- (1) 対角線上の数 a_{ii} を i で表せ。
 - (2) $i < j$ のとき、 a_{ij} を i と j で表せ。
 - (3) $a_{ij} = 300$ となる i, j を求めよ。

1	→	2	9	→	10	25	→	26
		↓	↑		↓	↑		↓
4	←	3	8		11	24		⋮
		↓	↑		↓	↑		
5	→	6	→	7	12		23	
					↓		↑	
16	←	15	←	14	←	13	22	
		↓					↑	
17	→	18	→	19	→	20	→	21