

# 数 学

## 注 意

1. 問題は全部で 8 ページである。
2. 右上の受験番号欄および解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。
3. 解答はすべて解答用紙に記入すること。
4. 問題・解答用紙は持ちかえらないこと。

## マーク・シート記入上の注意

1. 解答用紙(その 1)はマーク・シートになっている。HB の黒鉛筆を用いて記入すること。
2. 解答用紙にあらかじめプリントされた受験番号・氏名を確認すること。
3. 解答用紙をよごしたり折り曲げたりしないこと。

I 次の問題については、解答用紙(その1)を使用すること。

(1) 1から100までの整数のうち、次の条件を満たす数の個数を求めよ。

1. 2または3で割り切れる数:

2. 5で割り切れない数:

3. 2または3で割り切れるが、5で割り切れない数:

(2) 次の式の値を求めよ。

$$\sum_{k=1}^{30} \left\{ \sin \left( \frac{\pi}{2} - \frac{k}{180} \pi \right) + \cos \left( \pi - \frac{k-1}{180} \pi \right) \right\} = \frac{\text{アイ}}{\text{エ}} + \sqrt{\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}}$$

(3)  $x$ を正の実数とするとき、方程式

$$(2^3)^4 x^{\log_2 x} - x^8 = 0$$

の解のうち、最小値は 、最大値は  である。

(4)  $1 < a < b$  という2つの実数  $a, b$  に対して

$$\alpha = (\log_b a)^3, \quad \beta = \log_b a^3, \quad \gamma = \log_b (\log_b a)^2$$

とするとき、以下の大小関係についてA, B, Cのうちから正しい記号を選べ。

1.  $\alpha$ と $\beta$ : A.  $\alpha > \beta$  B.  $\alpha < \beta$  C. どちらとも言えない

2.  $\beta$ と $\gamma$ : A.  $\beta > \gamma$  B.  $\beta < \gamma$  C. どちらとも言えない

3.  $\alpha$ と $\gamma$ : A.  $\alpha > \gamma$  B.  $\alpha < \gamma$  C. どちらとも言えない

II 次の問題については、解答用紙(その1)を使用すること。

(1)  $f(x) = \frac{1}{4}x^3 + \frac{2}{3}x + 3$  のとき

1.  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(1+3t) - f(1+t)}{t} = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$

2.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(2x) - xf(2)}{x-1} = \boxed{\text{エオ}}$

(2) ある関数  $g(x)$  について  $g(1) = \alpha$ ,  $g'(1) = \beta$  とするとき

1.  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{g((t+1)^2) - g(1)}{t} = \boxed{\text{ア}} \alpha + \boxed{\text{イ}} \beta$

2.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 g(x) - g(1)}{x-1} = \boxed{\text{ウ}} \alpha + \boxed{\text{エ}} \beta$

(3)  $x$  を実数とするとき

1.  $|x-1| + |x-5|$  の最小値は  $\boxed{\text{ア}}$

2.  $|x-1| + |x-2| + |x-3| + |x-4| + |x-5|$  の最小値は  $\boxed{\text{イ}}$

(4)  $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$  のとき

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} = \sqrt{\boxed{\text{アイ}}} + \boxed{\text{ウエ}}$$

Ⅲ 次の問題については、解答用紙(その1)を使用すること。

(1) 整式  $f(x)$  に対して  $f(1) = 2$ ,  $f'(1) = 3$  のとき,  $f(x)$  を  $(x-1)^2$  で割った余りは  $\boxed{\text{アイ}}$   $x + \boxed{\text{ウエ}}$  である。

(2) 3次式  $g(x)$  は  $x^2 + 1$  で割ると  $2x + 3$  余り,  $x^2 + x + 1$  で割ると  $3x + 2$  余る。このとき

$$g(x) = \boxed{\text{アイ}} x^3 + \boxed{\text{ウエ}} x^2 + \boxed{\text{オカ}} x + \boxed{\text{キク}}$$

である。

(3) 整式  $h(x) = x^{25} - x^{13} + 5$  を  $(x+1)^2$  で割った余りは

$$\boxed{\text{アイ}} x + \boxed{\text{ウエ}}$$

である。

(4)  $f(x) = 2^{x-1} + 2^{-x-1}$ ,  $g(x) = 2^{x-1} - 2^{-x-1}$  とするとき, 以下の方程式の最大の解を選択肢から選んでその記号をマークせよ。ただし実数解が存在しないときおよび恒等式のときは, それぞれ記号(\*), ( $\infty$ )をマークし, また, 正解がリストにない場合は( $\times$ )をマークすること。

1.  $f(x) = g(x)$

2.  $f(x) = g(x) + 1$

3.  $2\{f(x)\}^2 = f(2x) + 1$

4.  $f(3x) = \frac{17}{8}$

5.  $2f(x)g(x) = g(2x)$

選択肢

[a] -1

[b] 0

[c]  $\frac{1}{4}$

[d]  $\frac{2}{3}$

[e] 1

[f]  $\frac{3}{2}$

[g] 2

[h] 4

[\*] 解が存在しない

[ $\infty$ ] 恒等式

[ $\times$ ] このリストにない値

IV 次の問題については、解答用紙(その2)を使用すること。

$f(x) = x^3 - x$  とするとき以下の問いに答えよ。

- (1) 曲線  $y = f(x)$  の  $x = -\frac{1}{2}$  における接線の方程式  $y = g(x)$  を求めよ。
- (2) 直線  $y = g(x)$  が  $y = f(x)$  と交わる点の座標を求めよ。
- (3) 曲線  $y = f(x)$  と直線  $y = g(x)$  によって囲まれる領域の面積を求めよ。
- (4) 実数  $x, y$  をそれぞれ横軸, 縦軸とする平面座標において,  $y^2 = f(x)$  という関係を満たす  $(x, y)$  で定められるグラフのおおまかな形を示せ。特に,  $f(x) < 0$  となる範囲では対応する  $y$  が存在しない点に注意すること。