1996年度　数　　　学

（その　1）

合計点	

以下の $\boxed{\text{I}}$，$\boxed{\text{II}}$ は空欄の中に適当な数または式をいれ，$\boxed{\text{III}}$ は問題文の下のスペースに解答しなさい。なお，用紙の裏面を計算用紙として使用してもさしつかえないが，採点の対象とはしない。

I

(1)　3次方程式 $x^3 - x^2 + 2x + 1 = 0$ の3つの解を α，β，γ とするとき，

$\left(\alpha + \dfrac{1}{\beta}\right) + \left(\beta + \dfrac{1}{\gamma}\right) + \left(\gamma + \dfrac{1}{\alpha}\right)$ の値は $\boxed{}$ である。また，

4α，4β，4γ の3つの数を解にもつ3次方程式は $\boxed{}$ $= 0$ である。

(2)　x 軸，y 軸上にそれぞれ点A，Bを線分ABの長さを3として一定であるようにとる。このA，Bが動くとき，

線分ABを2：1に内分する点Iの軌跡の方程式は $\boxed{}$ である。

(3)　△ABCにおいて，AB＝6，BC＝4，CA＝5のとき，外接円の半径 R は $\boxed{}$ であり，

内接円の半径 r は $\boxed{}$ である。

評　点

II

(1)　自然数を(1)，(2，3)，(4，5，6)，(7，8，9，10)，…のように，第 n 群が n 個の整数を含むように分けるとき，第 n 群の最初の数は $\boxed{}$ である。また，1000は第 $\boxed{}$ 群に含まれる。

(2)　3次曲線 $y = x^3 - 2x + 1$ において x 軸の正の向きとなす角が45° の接線の方程式は，

$y = \boxed{}$ と $y = \boxed{}$ である。

(3)　不等式 $5 + x - \dfrac{1}{2}x^2 \geqq y \geqq 1$ を満たす部分の面積は $\boxed{}$ である。

Ⅲ　円に内接する四角形ＡＢＣＤにおいて，ＡＢ・ＣＤ＋ＡＤ・ＢＣ＝ＡＣ・ＢＤが成り立つことを用いて，以下の問いに答えなさい。

(1)　Ｏを円の中心，ＢＤを円の直径，∠ＡＯＤ＝2α，∠ＣＯＤ＝2βとするとき，次の等式が成り立つことを証明しなさい。

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$

(2)　Ｏを円の中心，ＢＣを円の直径，∠ＡＯＣ＝2α，∠ＤＯＣ＝2βとするとき，次の等式が成り立つことを証明しなさい。

$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$$