

# 数 学

注 意

1. 問題は全部で5題あり、冊子は計算用の余白も合わせて10ページである。
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。(ただし、マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている。)
3. 解答はすべて解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. 計算用紙としては、問題冊子の余白を使用すること。
5. マーク・シート記入については、解答用紙(その1)の「解答上の注意」にしたがうこと。
6. 解答用紙(その2)、(その3)については、論述無しで結果だけ記しても、正解とはみなさない。
7. 解答用紙はすべて必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

〔1〕 解答を解答用紙(その1)の 1 欄に記入せよ.

優勝決定戦を  $A, B, C$  3 人で行う. 初めに  $A$  と  $B$  が 1 回戦を戦い, 勝った者が残って  $C$  と 2 回戦を戦う. 以下勝った者が残り, いま戦わなかった 1 人と続けて戦う. 2 連勝した者が出た時点でその者が優勝とする. 勝つ確率はどの勝負でも  $\frac{1}{2}$  として, 次の空欄を埋めよ. ただし分数はすべて既約分数とする.

- (1)  $C$  が 3 回戦で勝って優勝する確率は  $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$  である.
- (2)  $A$  が 4 回戦で勝って優勝する確率は  $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}} \boxed{\text{オ}}}$  である.

- (3)  $n$  回戦までに  $A$  が優勝する確率を  $p_n$ , 同様に  $B$  が優勝する確率を  $q_n$ ,  $C$  が優勝する確率を  $r_n$  とする. このとき

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p_n = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}} \boxed{\text{ク}}},$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} q_n = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}} \boxed{\text{サ}}},$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} r_n = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である.

- 〔2〕〔A〕、〔B〕のうちいずれか1題を選択し、解答を解答用紙(その1)の 2 欄に記入せよ。(どちらを選択してもよい。ただし〔A〕は旧課程、〔B〕は新課程からの出題である。)

〔A〕 行列  $A = \begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix}$  の表す1次変換により、点  $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$  は点  $(-1, \sqrt{3})$  に移るものとする。このとき

$$a = \boxed{\text{セ}}, b = \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。この1次変換による中心  $(\sqrt{3}, -1)$ 、半径1の円の像は

$$\text{中心}(\boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}, \boxed{\text{ツ}}), \text{半径} \boxed{\text{テ}}$$

の円である。

〔B〕 複素数  $a = a + bi$  ( $a, b$  は実数) と  $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$  の積は  $-1 + \sqrt{3}i$  であるとする。このとき

$$a = \boxed{\text{セ}}, b = \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。この  $a$  と複素数  $z$  に対して  $w = az$  とおく。複素数平面上で、 $z$  を表す点が  $\sqrt{3} - i$  を表す点を中心とする半径1の円上を動くとき、 $w$  は

$$\boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}} + \boxed{\text{ツ}}i \text{ を表す点を中心とする半径 } \boxed{\text{テ}}$$

の円上を動く。

〔 3 〕 解答用紙(その2)の 3 欄に記述せよ.

楕円  $\frac{x^2}{13^2} + \frac{y^2}{12^2} = 1$  と双曲線  $\frac{x^2}{4^2} - \frac{y^2}{3^2} = 1$  がある. 第1象限における  
これら2曲線の交点をPとする.

(1) 点Pにおいてこの楕円に引いた接線の方程式を求めよ.

(2) 点Pにおいてこれら2曲線に引いた接線が, 直交することを示せ.

〔 4 〕 解答用紙(その2)の 4 欄に記述せよ.

積分

$$\int_0^{\pi} \left| \sin x - \sin \frac{x}{3} \right| dx$$

の値を求めよ.

〔 5 〕 解答用紙(その3)の 5 欄に記述せよ.

直円錐  $V$  の側面と底面を合わせた全表面の面積を  $S$  とする. 底面の半径を  $r$ , 母線の長さを  $l$  とし,  $t = \frac{r}{l}$  とおく.  $V$  の体積が一定の値  $\frac{\pi}{3}$  をとるものとして, 次の問に答えよ.

(1)  $S$  を  $t$  の関数として表せ.

(2)  $S$  の最小値およびそのときの  $t$  の値を求めよ.