

数 学

注 意

1. 問題は全部で5題あり、冊子は計算用の余白も合わせて10ページである。
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。(ただし、マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている。)
3. 解答はすべて解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. 計算用紙としては、問題冊子の余白を使用すること。
5. マーク・シート記入については、解答用紙(その1)の「解答上の注意」にしたがうこと。
6. 解答用紙(その2)、(その3)については、論述無しで結果だけ記しても、正解とはみなさない。
7. 解答用紙はすべて必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

〔 1 〕 解答を解答用紙(その1)の 1 欄に記入せよ.

(1) $0 < a < b < c \leq 9$ を満たす 3 つの正整数 a, b, c の和と差を用いて 10 を表す方法は何通りあるかを調べよう.

i) $a + b + c = 10$ の形の表し方は ア 通りである.

ii) $-a + b + c = 10$ の形の場合, a の取りうる最大の値は イ であり, これ以下の正整数 a のそれぞれについて調べれば, 合わせて ウ エ 通りの表し方のあることが分かる.

iii) その他の形の表し方は オ 通りである.

iv) 以上すべてを合わせて, 全部で カ キ 通りの表し方のあることが分かる.

(2) 右の表において, d から j まではすべて(相異なるとは限らない)正の整数である. この表の各行, 各列, 二つの対角線上の数の積がいずれも同じ値であるとすれば,

$$\begin{aligned} d &= \text{ク}, & e &= \text{ケ}, & f &= \text{コ}, & g &= \text{サ}, \\ h &= \text{シ}, & i &= \text{ス}, & j &= \text{セ} \end{aligned}$$

である.

1	d	e
f	3	g
h	i	j

〔2〕〔A〕,〔B〕のうちいずれか1題を選択し,解答を解答用紙(その1)の 2 欄に記入せよ。(どちらを選択してもよい,ただし〔A〕は旧課程,〔B〕は新課程からの出題である.)

〔A〕 2平面 $x + 3y + az = 3$, $2x + 5y + bz = 7$ の交線 l の方程式が

$$\frac{x-6}{-5} = y+1 = z$$

であるとすれば,

$$a = \boxed{\text{ソ}}, b = \boxed{\text{タ}}$$

である. またこの直線 l と平面 $3x + 2y - 2z = 1$ の交点は

$$(x, y, z) = (\boxed{\text{チ}}, \boxed{\text{ツ}}, \boxed{\text{テ}})$$

である.

〔B〕 行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & a \\ 2 & 5 & b \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix}, B = (-2 \quad 1 \quad 0), C = (5 \quad -3 \quad 0)$$

に対して $BA = (0 \quad -1 \quad 1)$, $CA = (-1 \quad 0 \quad -5)$ であるとすれば

$$a = \boxed{\text{ソ}}, b = \boxed{\text{タ}}$$

である. このとき $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix}$ となるのは

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boxed{\text{チ}} \\ \boxed{\text{ツ}} \\ \boxed{\text{テ}} \end{pmatrix}$$

のときに限る.

〔 3 〕 解答用紙(その2)の 3 欄に記述せよ.

行列 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \alpha & \alpha \end{bmatrix}$ について次の問に答えよ. ただし α は実数とする.

- (1) A^2, A^3, A^4 を求め, 一般に正の整数 n について, A^n の形を推測せよ.
- (2) n が限りなく大きくなるとき, A^n が一定の行列 B に近づくための α についての条件とその行列 B を求めよ. ただし行列 A^n が行列 B に近づくとは, A^n の各成分が B の対応する成分に近づくこととする.

〔 4 〕 解答用紙(その2)の 4 欄に記述せよ.

xy 平面上に点 $A(-\sqrt{3}, 0)$, $B(\sqrt{3}, 0)$ をとる. 円 $x^2 + (y - 1)^2 = 4$ の $y > 0$ の部分 C の上に点 P をとり, 直線 AP の P 方向の延長上に $BP = PQ$ となるように点 $Q(u, v)$ をとる.

(1) $\angle AQB$ の大きさを求めよ.

(2) 点 P が C 上を動くとき, 点 Q の軌跡を求めよ.

〔 5 〕 解答用紙(その3)の 5 欄に記述せよ.

(1) y 軸に関して曲線 $y = \frac{1}{1 + e^x}$ と対称なグラフをもつ関数 $f(x)$ を求めよ.

(2) (1)で求めた関数 $f(x)$ について, $\int_0^{\log 3} f(x) dx$ を計算せよ.

(3) xy 平面上で $y = \frac{\sin^2 x}{1 + e^x}$, $y = 0$, $x = -\frac{\pi}{2}$, $x = \frac{\pi}{2}$ によって囲まれる部分の面積を求めよ.