

数 学

注 意

1. 問題は全部で12ページである.
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。(ただし, マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている.)
3. 解答はすべて解答用紙に記入すること.
4. 解答用紙は必ず提出のこと. [問題(冊子に限る)は提出する必要はない.]
5. 問題Ⅴ, Ⅵは, B方式の受験生のみ解答すること.

マーク・シート記入上の注意については, この問題冊子の裏面に記載されているので試験開始までに確認すること. ただし, 冊子は開かないこと.

I 以下の問題については解答用紙(その1)を使用すること.

(1) 恒等式

$$\frac{x^2 - x + 6}{x^3 - x^2 - x + 1} = \frac{a}{(x-1)^2} + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{x+1}$$

が成立するとき

$$a = \boxed{\text{ア}}, \quad b = \boxed{\text{イウ}}, \quad c = \boxed{\text{エ}}$$

である.

(2) $a(1+2x) + b(2-x) = 5$ が x の恒等式であるとき

$$a = \boxed{\text{ア}}, \quad b = \boxed{\text{イ}}$$

である.

(3) $2\cos^2 x + 13\sin x + 5 = 0$ ($0^\circ \leq x < 360^\circ$) を解け. この解を x の値の小さい方から並べると

$$\boxed{\text{アイウ}}^\circ, \quad \boxed{\text{エオカ}}^\circ$$

である.

Ⅱ 以下の問題については解答用紙(その1)を使用すること。

$\triangle ABC$ の3つの辺 AB , BC , CA を $2:1$ に内分する点をそれぞれ L , M , N とする。また線分 AM と BN の交点を P , 線分 BN と CL の交点を Q , 線分 CL と AM の交点を R とする。このとき以下の問いに答えよ。

$$(1) \quad \overrightarrow{AM} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \overrightarrow{AB} + \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \overrightarrow{AC}.$$

$$(2) \quad \overrightarrow{AR} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \overrightarrow{AM} = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \overrightarrow{AL} + \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \overrightarrow{AC}.$$

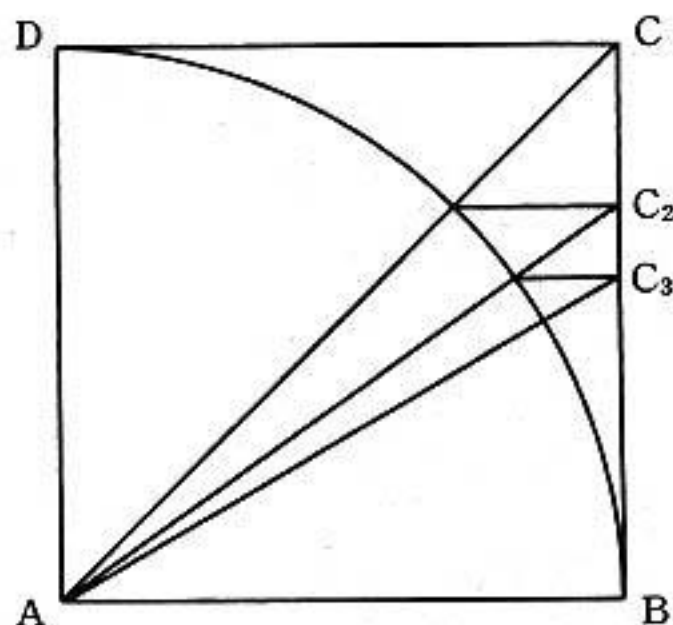
$$(3) \quad \triangle ABC \text{ の面積を } 1 \text{ とする。このとき } \triangle ARC \text{ の面積は } \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \text{ また } \triangle PQR$$

の面積は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

Ⅲ

以下の問題については解答用紙(その1)を使用すること。

図のように、1辺の長さ1の正方形ABCDにおいてAを中心とし半径を1とする四分円と直線ACの交点からABに平行な直線を引き、この直線と辺BCとの交点を C_2 とする。



(1) BC_2 の長さは $\overline{BC_2} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}$ である。

(2) 直線 AC_2 と四分円の交点から AB に平行に引いた直線と BC の交点を C_3

とすると、 $\overline{BC_3} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}$ である。

(3) 以下同様にして、直線 AC_n と四分円の交点から AB に平行に引いた直線と BC の交点を C_{n+1} とするとき

$$\overline{BC_{n+1}}^2 = \frac{\boxed{\text{ア}} + \boxed{\text{イ}} \overline{BC_n}^2}{1 + \boxed{\text{ウ}} \overline{BC_n}^2}$$

という関係が成り立つ。

(4) $\overline{BC_{75}} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}} \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}$ である。

IV

以下の問題については解答用紙(その2)を使用すること。

数直線上の2点A, Bは, 最初Aが原点, Bが座標2にあり, 次の法則で動くものとする. 硬貨を投げて表が出ればAは+1だけ動き, Bはその場にとどまる. 一方裏が出ればAはその場にとどまり, Bは+1だけ動く. このとき以下の問いに答えよ.

- (1) 硬貨を4回投げた結果Aが座標3にいる確率を求めよ.
- (2) AがBより先に座標4に到着する確率を求めよ.
- (3) 硬貨を5回投げた結果AとBが同じ場所にいる確率は0であることを証明せよ.
- (4) 硬貨を6回投げて初めてAがBに追いつく確率を求めよ.

以下の問題は、B方式の受験生のみ解答すること。

V 以下の問題については解答用紙(その1)を使用すること。

次の命題に関し以下の問いに答えよ。

命題 係数が実数である2次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ は $0 \leq x \leq 1$ の範囲に重解または異なる2つの解をもつ。

- (1) $a + 2b \leq k$ を満たすある a, b に対し上の命題が成立するような k の最小値は アイ である。
- (2) $2a + b < k$ を満たすどのような a, b に対しても上の命題が成立しないような k の最大値は アイ である。
- (3) $k \leq a \leq l$ を満たすすべての a に対しある b が存在して上の命題が成立するような k の最小値は アイ , l の最大値は ウ である。

以下の問題は、B方式の受験生のみ解答すること。

VI 以下の問題については解答用紙(その3)を使用すること。

n 種類の商品について、基準とする年の価格 p_{0i} ($i = 1, \dots, n$) と今年の価格 p_{1i} ($i = 1, \dots, n$) が与えられている。また、典型的な世帯における基準年の各商品への支出額 w_i ($i = 1, \dots, n$) が知られている。個別商品の物価指数を $x_i = \frac{p_{1i}}{p_{0i}}$ とするとき、通常物価指数は支出額合計を $W = \sum_{i=1}^n w_i$ として $L = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{W}$ と求められている。

ところで、 w_i は1年間の購入量と物価の積と見なせるから、今年もこの金額だけ購入するならば、各商品の購入量は $\frac{w_i}{p_{1i}}$ で与えられる。一方、基準年に同じ量を購入した場合の金額は $\frac{w_i}{p_{1i}} \times p_{0i} = w_i x_i^{-1}$ で与えられる。このことを用いると、新たな物価指数を $P = \frac{W}{\sum_{i=1}^n w_i x_i^{-1}}$ として計算することもできる。そこで L と P とを比較したい。

(1) 個別商品の物価指数と L の差について

$$\sum_{i=1}^n w_i (x_i - L) = 0$$

となることを示せ。

(2) $f(x) = x^{-1}$ とするとき、 $x = L$ における $f(x)$ の接線は、傾きを m として $y = g(x) = m(x - L) + L^{-1}$ で与えられる。ここで、任意の $x > 0$ に対して $g(x) \leq f(x)$ すなわち

$$m(x - L) + L^{-1} \leq f(x)$$

が成立する(等号は $x = L$ のときのみ成り立つ)。この不等式を利用して $\sum_{i=1}^n w_i f(x_i)$ を左辺と比較することによって L と P との大小関係を評価せよ。

マーク・シート記入上の注意

1. 解答用紙(その1)はマーク・シートになっている。HBの黒鉛筆を用いて記入すること。
2. 解答用紙にあらかじめプリントされた受験番号を確認すること。
3. 解答用紙をよごしたり折り曲げたりしないこと。

問題の アイ , キ などの には、ある整数が入る。これらを次の方法で解答欄に解答せよ。

- (1) ア、イ、ウ、…のひとつひとは、それぞれ0から9までの数字、または、 $-$ 、 $+$ 、 $*$ のいずれかひとつに対応する。それらをア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークする。

マークは、○を塗りつぶすことによっておこなう。訂正するときは、消しゴムで完全に消すこと。×をつけても、消したことになる。

〔例〕 アイ に -7 と答えたいとき

ア	●	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
イ	○	②	③	④	⑤	⑥	⑦	●	⑨	⑩

〔例〕 ウエ に38と答えたいとき

ウ	○	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
エ	○	②	③	④	⑤	⑥	⑦	●	⑨	⑩

- (2) 解答欄が余るときは、余った欄(後の方を余らす)に $*$ をマークする。

〔例〕 オカキ に4と答えたいとき

オ	○	②	③	④	⑤	●	⑧	⑨	⑩	⑪
カ	○	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	●
キ	○	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	●

- (3) 解答欄が不足するときは、最後の欄に $*$ を付加する(この場合、最後の欄には2つのマークが入ることになる)。

〔例〕 クケ に -365 と答えたいとき

ク	●	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
ケ	○	②	③	●	⑥	⑦	⑧	⑨	●	⑪

- (4) 解答欄に適合するものがないときは、その欄に $*$ をマークする。

〔例〕 コサ に対して問題が

$$x^2 + 1 < 0 \text{ ならば } x \geq \text{ コサ }$$

のとき

コ	○	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	●
サ	○	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	●

- (5) 以上により、どの欄にもかならずマークが入ることになる。記入のない欄は、解答放棄とみなされる。

- (6) 分数形で解答するときは既約分数とし、符号は分子につけること。

- (7) 平方根はできるだけ開く。〔例〕 $\sqrt{8}$ は $2\sqrt{2}$ とする。