

I 次の問題の空欄 に入る値，または式を解答用紙その1に記入せよ。

(1)

$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき， $\sin \theta + \cos \theta = -\frac{1}{3}$ となる $\sin \theta$ の値は ア
 である。

(2)

$\int_0^3 x|x-1|dx =$ イ $$ である。

(3)

不等式 $(\log_3 x)^2 > 2 \log_3 x + 5$ を満たす x の値の範囲は，

ウ か，または エ である。

(4) xy 平面上に原点 $O(0, 0)$ を中心とする半径2の円 C_1 と，点 $P(a, b)$ を中心とする半径 m の円 C_2 がある。ただし点 P は原点 O と異なり，かつ，円 C_1 の円周上にないものとする。円 C_2 が円 C_1 と接するための m の条件をすべて考え，絶対値記号を用いて，それを一つの式にまとめると， $m =$ オ
 である。

問題 Ⅱ は結果にいたる過程も採点の対象にする。解答は解答用紙その2に書け。

Ⅱ

A 大学の受験科目は数学と英語である。いま、B さんの勉強時間の割合と各科目で得られる点数の関係が、以下のように表せると仮定する。

$$x = 80s$$

$$y = -64t^2 + 160t$$

ただし、 x は数学の得点、 y は英語の得点、 s は数学に費やす勉強時間の割合、 t は英語に費やす勉強時間の割合であり、 $s + t = 1$ 、 $s \geq 0$ 、 $t \geq 0$ とする。得点は実数で表されると仮定して、次の問いに答えよ。

- (1) 取得可能な数学の得点 x と英語の得点 y の組み合わせを、 xy 平面に図示せよ。
- (2) 取得可能な数学の得点 x と英語の得点 y の組み合わせのうちで、2 科目の合計点が 101 点となる x と y の値を求めよ。
- (3) 2 科目の合計点を最大にする時間配分を求めよ。また、そのときの各科目の点数を求めよ。

Ⅲ

Aさんは $1, 2, \dots, n$ の数字が書かれたカードを1枚ずつ、合計 n 枚のカードを持っている。Bさんは $2, 3, \dots, (n+1)$ の数字が書かれたカードを1枚ずつ、合計 n 枚のカードを持っている。ただし n は自然数とする。AさんとBさんが無作為にそれぞれが持つカードの中から1枚を取り出すとき、次の問いに答えよ。

- (1) 数字の大きいカードを出した方を勝ちとする。このとき、Bさんが勝つ確率を求めよ。
- (2) Bさんのカードの数字から、Aさんのカードの数字を引いたものをBさんの得点とする。このときのBさんの得点の期待値を求めよ。(例：Aさんが10で、Bさんが12なら、Bさんの得点は+2点。Aさんが10でBさんが6なら、Bさんの得点は-4点。AさんもBさんも共に10なら、Bさんの得点は0点。)