

Ⅰ 以下の問題については 解答用紙(その1)を使用すること.

- (1) 平面上の3点 $O(0,0)$, $A(a_1, a_2)$, $B(b_1, b_2)$ があり, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ ($\vec{b} \neq 0$) のベクトルは,

$$|\vec{a}| = \sqrt{2}|\vec{b}| = |\vec{a} + \sqrt{3}\vec{b}|$$

を満たしている. このとき, 次の値を求めよ.

1. $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積は

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{\boxed{\text{アイ}} \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}} |\vec{b}|^2$$

2. $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角 θ の余弦は

$$\cos \theta = \frac{\boxed{\text{オカ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

3. $\triangle OAB$ の面積は

$$S = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}} |\vec{b}|^2$$

- (2) $\tan \alpha = \frac{4}{3}$, $\tan \beta = -\frac{12}{5}$ ($0^\circ < \alpha, \beta < 180^\circ$) のとき, 次の値を求めよ.

1. $\sin \alpha = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$

2. $\cos \beta = \frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$

3. $\cos(\alpha + \beta) = \frac{\boxed{\text{キクケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$

Ⅱ 以下の問題については 解答用紙(その1)を使用すること.

男子 4 人, 女子 3 人がいる. 次の並び方は何通りあるか.

- (1) 男子が両端に来るように 7 人が一列に並ぶのは, アイウエ 通り.
- (2) 女子が隣り合わないように 7 人が一列に並ぶのは, アイウエ 通り.
- (3) 女子のうち 2 人だけが隣り合うように 7 人が一列に並ぶのは, アイウエ 通り.
- (4) 女子の両隣りには男子が来るように 7 人が円周上に並ぶのは, アイウ 通り.

III 以下の問題については 解答用紙 (その1) を使用すること.

3 点の座標を $B(-2, 0)$, $C(1, 0)$, $P(p, q)$ とするとき, $PB = 2PC$ という関係が成立している. ただし $p \geq 0, q \geq 0$ とする.

(1) $PB = 2PC$ という関係から p と q について

$$(q + \boxed{\text{ア}})^2 + (p + \boxed{\text{イウ}})^2 + \boxed{\text{エオ}} = 0$$

が満たされなければならない.

(2) 三角形 $\triangle PBC$ の面積が最大となるのは $p = \boxed{\text{ア}}$, $q = \boxed{\text{イ}}$ のときである. そのときの面積は $\boxed{\text{ウ}}$ であり, $PC = \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ である.

(3) 角 $\angle PBC$ が最大となるのは $p = \boxed{\text{ア}}$, $q = \sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ のときであり, 最大値は $\boxed{\text{ウエ}}^\circ$ である. また, このとき $PB = \boxed{\text{オ}} \sqrt{\boxed{\text{カ}}}$ である.

(4) 原点を $O(0, 0)$ とする. $\angle BCP = 90^\circ$ のとき $PO = \boxed{\text{ア}}$ である. また $\alpha = \angle OPC$, $\beta = \angle BPC$, $\gamma = \angle OPB$ とすれば,

$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}, \quad \tan \beta = \sqrt{\boxed{\text{エ}}}, \quad \tan \gamma = \frac{\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

となる.

Ⅳ 以下の問題については 解答用紙(その2)を使用すること.

実数 x, y が $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ の範囲を動くとき, 以下の問いに答えよ.

(1) $X = x - y, Y = x + y$ の動く範囲を斜線で示せ.

(2) $(x - y + 1)^2 + (x + y)^2$ の最大値と, 最大値をとる (x, y) の値を求めよ.

(3) $(x - y + 1)^2 + (x + y)^2$ の最小値と, 最小値をとる (x, y) の値を求めよ.