

1

解答は解答用紙(その1)の 1 欄に記入せよ.

正の実数 α, β および整数 m, n は

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{3}, \tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{m}, \tan \beta = \frac{\sqrt{3}}{n}$$

を満たすとする. このとき

$$(1) \quad mn - (m + n) = \boxed{\text{ア}}$$

であり,

$$(2) \quad m < n \text{ のとき } (m, n) = (\boxed{\text{イ}}, \boxed{\text{ウ}})$$

$$m = n \text{ のとき } (m, n) = (\boxed{\text{エ}}, \boxed{\text{エ}})$$

$$m > n \text{ のとき } (m, n) = (\boxed{\text{オ}}, \boxed{\text{カ}})$$

である.

2

解答は解答用紙(その1)の 2 欄に記入せよ.

- (1) $4^x + 4^{-x} = 14$ であるとき

$$2^x + 2^{-x} = \boxed{\text{キ}}$$

であり,

$$x = \log_2 (\boxed{\text{ク}} \pm \sqrt{\boxed{\text{ケ}}})$$

である.

- (2) 実数 x, y が $x \geq 1, y \geq 1$ かつ

$$\log_2 x + \log_2 y = (\log_2 x)^2 + (\log_2 y)^2$$

を満たすとき, 積 xy の値のとり得る範囲は

$$xy = \boxed{\text{コ}}$$

または

$$\boxed{\text{サ}} \leq xy \leq \boxed{\text{シ}}$$

である.

3

解答は解答用紙(その2)の

3

欄に記述せよ.

複素数 z に関する 3 次式 $p(z) = z^3 - 2(a+1)z^2 + 2(a+1)z$ を考える. ただし a は実数の定数とする.

- (1) 方程式 $p(z) = 0$ が, 実数解 1 つと虚数解 2 つをもつような a の値の範囲を求めよ.
- (2) a が (1) の範囲を動くとき, $p(z) = 0$ の 3 つの解全体が複素数平面上に描く図形を図示せよ.

4

解答は解答用紙(その2)の

4

欄に記述せよ.

1 辺の長さ 1 の正四面体の 4 つの頂点を A_0, B_0, C_0, D_0 とする. この正四面体の各面 $\triangle A_0B_0C_0, \triangle A_0B_0D_0, \triangle A_0C_0D_0, \triangle B_0C_0D_0$ の重心をそれぞれ D_1, C_1, B_1, A_1 とする. 正四面体 $A_1B_1C_1D_1$ についても, 同じように各面の重心をとり, それを D_2, C_2, B_2, A_2 として, 正四面体 $A_2B_2C_2D_2$ をつくる. 以下同じように正四面体 $A_nB_nC_nD_n$ ($n = 3, 4, 5, \dots$) をつくり, その体積を V_n とする. このとき次の問に答えよ.

(1) V_0 を求めよ.

(2) V_1 を求めよ.

(3) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n)$ の値を求めよ.

5

解答は解答用紙(その3)の

5

欄に記述せよ.

点 $(2, 0)$ を通る傾き t ($t > 0$)の直線を l とし, 関数 $y = \log x$ のグラフを C とする. l と C との2つの交点の x 座標をそれぞれ α, β ($\alpha < \beta$) とする. また l と C とで囲まれる部分の面積を S とする. α, β が t の関数であることに注意して, 次の問に答えよ.

(1) $\frac{dS}{dt}$ を α と β だけを用いて表せ.

(2) $\frac{dS}{dt} = 0$ となるとき, 積 $\alpha\beta$ の値を求めよ.

(3) S の最小値を求めよ.