

I 以下の問題については 解答用紙(その1)を使用すること。

- (1) AAABCD の 6 文字を 1 列に並べるとき、異なる文字列は全部で **アイウ** 通りある。
そのうち最初と最後がともに A となるものは **エオ** 通り、BC という 2 文字がこの順に並ぶものは **カキ** 通りある。
- (2) 1 から 12 までの数字が書いてある 12 枚のカードから 5 枚を選ぶとき、
1. 奇数が 3 枚、偶数が 2 枚となるのは **アイウ** 通り、
 2. 最大の数が 9 となるのは **エオ** 通り、
 3. 2 番目に大きい数が 8 となるのは **カキク** 通り、
 4. 最大値と最小値の差が 9 となるのは **ケコサ** 通りである。
- (3) 6 個の文字 a, a, b, c, c, d を 1 列に並べるとき、a が先頭にくるものは **アイ** 通り、b が先頭にくるものは **ウエ** 通り、a が先頭にこないものは **オカキ** 通りある。

II 以下の問題については 解答用紙(その1)を使用すること.

(1) 関数 $2\sqrt{3}\sin\theta + 3\cos(\theta + 60^\circ)$ の $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ における最大値は $\sqrt{\square{\text{ア}}}$, 最小値は $\frac{\square{\text{イウ}}}{\square{\text{エ}}}$ である.

(2) $\triangle ABC$ において $AB = \sqrt{3} + 1$, $BC = \sqrt{2}$, $CA = 2$ とするとき, 次の値を求めよ.

$$\cos A = \frac{\sqrt{\square{\text{ア}}}}{\square{\text{イ}}}, \quad \sin A = \frac{\square{\text{ウ}}}{\square{\text{エ}}}, \quad \triangle ABC \text{ の面積} = \frac{\square{\text{オ}} + \sqrt{\square{\text{カ}}}}{\square{\text{キ}}}$$

(3) 台形 $ABCD$ において AD と BC を平行な 2 辺とし, 長さを $AD = 3$, $BC = 5$ とする. また対角線 AC と BD の交点を E とすると $BE = 2$ であり, $\angle CBE$ は鋭角で $\sin \angle CBE = \frac{5}{13}$ とする. このとき $BD = \frac{\square{\text{アイ}}}{\square{\text{ウ}}}$ であり,

$$\triangle BCD \text{ の面積} = \frac{\square{\text{エオ}}}{\square{\text{カキ}}}, \quad \text{台形 } ABCD \text{ の面積} = \frac{\square{\text{クケ}}}{\square{\text{コサ}}} \text{ である.}$$

III 以下の問題については 解答用紙(その1)を使用すること.

- (1) x を実数とすると、 $\sqrt{x^2 - 6x + 9} - \sqrt{x^2 + 2x + 1}$ の最大値は , 最小値は である.
- (2) 連立方程式 $2^{x-1} = 4^{y-1}$, $4^x = 4^y - a + 2$ が、ただ1組の実数解 (x, y) をもつときの a の条件は、 $a \leq$ または $a =$ である. また、この条件下で x が最小値をとるとき a の値は であり、このとき $(x, y) = \left(\text{}, \frac{\text{}}{\text{}} \right)$ となる.
- (3) 2次関数 $f_n(x)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) は、 $f_1(x) = x^2 - 1$, $f_{n+1}(x) = (x+1)f'_n(x)$ の関係を満たす. このとき

$$f'_5(x) = \text{} x + \text{} , \quad f'_{10}(x) = \text{} x + \text{}$$

である.

IV 以下の問題については 解答用紙(その2)を使用すること。

複素数 z が $|z|=1$ を満たしている。このとき次の問いに答えよ。

- (1) 点 $w = 1 + iz$ の全体が表す図形を複素数平面上に図示せよ。ただし図形と座標軸との共有点の座標も示すこと。
- (2) 点 z の全体の表す図形の内部も含めて A とする。また点 w の全体の表す図形の内部も含めて B とする。 A と B の共有部分の面積を求めよ。
- (3) 点 z と点 w を結ぶ線分の中点の全体が表す図形を複素数平面上に図示せよ。ただし図形と座標軸との共有点の座標も示すこと。

この問題は、B方式の受験生のみ解答すること。

Ⅴ 以下の問題については 解答用紙(その1)を使用すること。

- (1) ベクトル $\vec{OA} = (4, 1, 8)$ と $\vec{OB} = (2, -1, 2)$ に関し、線分 AB 上の点 C をとって、 \vec{OC} が \vec{OA} , \vec{OB} のなす角を 2 等分するとき、 $\vec{OC} = \left(\frac{\text{ア}}{\text{イ}}, \frac{\text{ウエ}}{\text{オ}}, \frac{\text{カ}}{\text{キ}} \right)$ である。

また、 $\frac{AC}{CB} = \text{ク}$ となる。

- (2) $\triangle OAB$ において辺 OA を 2:3 に内分する点を M、辺 OB を 5:2 に内分する点を N とし、線分 AN と線分 BM の交点を P とする。このとき

$$\vec{OP} = \frac{\text{ア}}{\text{イウ}} \vec{OA} + \frac{\text{エ}}{\text{オ}} \vec{OB}$$

である。

- (3) $\vec{a} = (1, 3, 4)$, $\vec{b} = (-1, 0, 2)$, $\vec{c} = (-2, -1, 3)$ とするとき、 $\vec{p} = (-4, -1, 10)$ を $l\vec{a} + m\vec{b} + n\vec{c}$ で表すと

$$\vec{p} = \text{ア} \vec{a} + \text{イウ} \vec{b} + \text{エ} \vec{c}$$

である。

この問題は、B方式の受験生のみ解答すること。

VI 以下の問題については 解答用紙(その3)を使用すること。

$\triangle ABC$ に対して辺 AB を $m:n$ に内分する点を A_1 とする。同様に辺 BC , 辺 CA をそれぞれ $m:n$ に内分する点を B_1, C_1 として $\triangle A_1B_1C_1$ を作る。

(1) $\triangle AA_1C_1$ の面積と $\triangle ABC$ の面積の比を求めよ。

(2) $\triangle ABC$ の面積を S , $\triangle A_1B_1C_1$ の面積を S_1 とするとき、比 S_1/S を求めよ。

(3) $\triangle A_1B_1C_1$ の各辺を $m:n$ に内分する点を A_2, B_2, C_2 として $\triangle A_2B_2C_2$ を作る。 $\triangle A_2B_2C_2$ の面積 S_2 を S で表せ。

(4) 以下、同じ手順を続けて $\triangle A_nB_nC_n$ を作る時、その面積 S_n を S で表せ。