

I 以下の問題については 解答用紙(その1)を使用すること.

- (1) 等式 $\log_2(x-5) = \log_4(2x-a)$ を満たす x の実数値が 2 つ以上存在するような実数 a の値の範囲は, $\boxed{\text{アイ}} < a < \boxed{\text{ウエ}}$ である.

- (2) 関数 $y = -(4^x + 4^{-x}) + 3(2^x + 2^{-x})$ について, $t = 2^x + 2^{-x}$ とおくと, この関数は

$$y = \boxed{\text{アイ}} t^2 + \boxed{\text{ウ}} t + \boxed{\text{エ}}$$

と表される. このとき, y の最大値は $\boxed{\text{オ}}$ である.

- (3) 20 分間で 2 倍に増殖する細菌 1 個が 1 万個以上になるのは $\boxed{\text{ア}}$ 時間後である. ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする.

Ⅱ 以下の問題については 解答用紙(その1)を使用すること.

- (1) 3次方程式 $x^3 + ax^2 + 4x + b = 0$ が解 $1+i$ をもつとき, 係数 $a =$ アイ, $b =$ ウエ,
また他の解は オ および カ + キク i である. ただし a, b は実数とする.

- (2) $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ に関し, 極限值

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2 - 3x + 2} = d, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x - 1} = -2$$

が存在する. このとき $a =$ アイ, $b =$ ウ, $c =$ エオ, $d =$ カ である.

- (3) 2次方程式 $9x^2 + 11x + a = 0$ の2つの解が $\sin \theta, \cos 2\theta$ で表されるとき, 定数 a の値を求めたい. 解と係数の関係より, アイ $\sin^2 \theta + \sin \theta = \frac{\text{ウエオ}}{\text{カ}}$ が得られ, これを解くことにより $\sin \theta, \cos 2\theta, a$ が求まる.

$$\sin \theta = \frac{\text{キク}}{\text{ケ}}.$$

$$\cos 2\theta = \frac{\text{コサ}}{\text{シス}}.$$

$$a = \frac{\text{セソ}}{\text{タチ}}.$$

III 以下の問題については 解答用紙(その1)を使用すること.

次の数列に関し、下の問いに答えよ.

$$* S_n = 1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^{n-1}$$

$$* P_n = 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2^2 + \cdots + n \cdot 2^{n-1}$$

$$* Q_n = 1 + 3 \cdot 2 + 5 \cdot 2^2 + \cdots + (2n-1) \cdot 2^{n-1}$$

$$* R_n = 1 + 2^2 \cdot 2 + 3^2 \cdot 2^2 + \cdots + n^2 \cdot 2^{n-1}$$

(1) $S_n = (\boxed{\text{ア}})^n + \boxed{\text{イウ}}$ である.

(2) $P_n = n(\boxed{\text{ア}})^n + \boxed{\text{イウ}} S_n$ である.

(3) $Q_n = \boxed{\text{ア}} P_n + \boxed{\text{イウ}} S_n$ である.

(4) $R_n = n^2(\boxed{\text{ア}})^n + \boxed{\text{イウ}} Q_n$ である.

(5) 以上のことから、 $R_n = (n^2 + \boxed{\text{アイ}} n + \boxed{\text{ウ}})(\boxed{\text{エ}})^n + \boxed{\text{オカ}}$ を得る.

Ⅳ 以下の問題については 解答用紙(その2)を使用すること.

座標平面上の2点 $P(p, 0)$, $Q(0, q)$ を結ぶ長さ2の線分 PQ を考える. ただし, $p \geq 0$, $q \geq 0$ とする.

- (1) PQ の中点 $M(x, y)$ の軌跡の方程式を求めよ.
- (2) 点 P , Q を通る直線と原点との距離 d を p を使って表せ.
- (3) d の最大値と, そのときの p , q の値を求めよ.

この問題は、B方式の受験生のみ解答すること。

V 以下の問題については 解答用紙(その1) を使用すること。

a, b, c, d, e, f の 6 文字を全部使ってできる順列をアルファベット順 (1 番目 $abcdef$ から最後 $fedcba$) の辞書式に並べるとき、次の問いに答えよ。

- (1) $fedcba$ の文字列は **アイウ** 番目である。
- (2) 文字列の先頭 2 文字が、最初に ba になるのは **アイウ** 番目である。
- (3) $bdcfea$ の文字列は **アイウ** 番目である。
- (4) 文字列の最後 3 文字が fdc になるのは、**ア** 通りある。アルファベット順で一つ目が 18 番目、二つ目が 78 番目、三つ目が **イウエ** 番目、最後が **オカキ** 番目である。
- (5) 300 番目の文字列は **アイウエオカ** である。(アルファベット記号をマークすること。)

この問題は、B方式の受験生のみ解答すること。

Ⅵ 以下の問題については 解答用紙 (その1) を使用すること。

(1) 整式 $(x^3 + x^2 + x + 1)^2$ を $x^3 - 1$ で割った余りは、 $\boxed{\text{ア}}$ x^2 + $\boxed{\text{イ}}$ x + $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(2) 整式 $x^{3n} + 1$ (ただし、 n は正の整数) を $x^3 - 1$ で割った余りは、 $\boxed{\text{ア}}$ x^2 + $\boxed{\text{イ}}$ x + $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(3) 整式 x^{20} を $x^3 - 1$ で割った余りは、 $\boxed{\text{ア}}$ x^2 + $\boxed{\text{イ}}$ x + $\boxed{\text{ウ}}$ である。