

1

解答を解答用紙(その1)の

1

欄に記入せよ.

(1) 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ a & b \end{pmatrix}$ が $AB = BA$ を満たすとき,

$$a = \boxed{\text{ア}}, b = \boxed{\text{イ}}$$

である.

(2)

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos^3 x \, dx = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}} \boxed{\text{オ}}}$$

ただし, 解答の分数は既約分数とする.

2

解答を解答用紙(その1)の 2 欄に記入せよ.

n を自然数, k を 0 以上の整数とする. 整数の列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ で, 条件

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_i \geq 0 & (i = 1, 2, \dots, n) \\ |a_i - a_{i+1}| = 1 & (i = 1, 2, \dots, n-1) \\ a_n = k \end{cases}$$

を満たすものの個数を $P(n, k)$ とおく. このとき

$$P(4, 2) = \boxed{\text{カ}}, P(6, 2) = \boxed{\text{キ}}, P(8, 2) = \boxed{\text{ク}} \boxed{\text{ケ}}$$

である.

3

解答を解答用紙(その2)の

3

欄に記入せよ.

放物線 $C: y = x^2$ と直線 $\ell: y = ax + b$ について次の問に答えよ.

- (1) 放物線 C と直線 ℓ が異なる2点 P, Q で交わり, かつ P, Q の x 座標の差が1となるための, 定数 a, b についての条件を求めよ.
- (2) 定数 a, b が(1)の条件を満たしながら変化するとき, 直線 ℓ が通過する xy 平面上の範囲を求め, これを図示せよ.

4

解答を解答用紙(その3)の

4

欄に記入せよ.

点 O を中心とする半径 1 の円周上に相異なる 3 点 A, B, C があり,
 $\angle AOB = \angle BOC = \theta$ ($0 \leq \theta \leq \pi$) であるとする.

(1) $\triangle OAB$ および $\triangle OAC$ の面積を求めよ.

(2) 角 θ が $0 \leq \theta \leq \pi$ の範囲を動くとき, 3 個の三角形 $\triangle OAB, \triangle OBC,$
 $\triangle OAC$ の面積の和の最大値を求めよ.

ただし, 3 点が同一直線上にあるときは, 面積 0 の三角形とみなす.

5

解答を解答用紙(その4)の

5

欄に記入せよ.

xyz 空間の2点 $(0, -1, 2)$, $(\frac{1}{2}, 1, 4)$ を通る直線を ℓ とする. xy 平面内で, $y = e^{-x}$ のグラフ, x 軸および2直線 $x = 0$, $x = 2$ によって囲まれた平面図形を D とする. このとき次の問に答えよ.

- (1) 平面 $x = u$ (点 $(u, 0, 0)$ を通る, yz 平面に平行な平面) と直線 ℓ の交点を P とする. 点 P の座標を u を用いて表せ.
- (2) 平面 $x = u$ と図形 D の共通部分である線分を QR とし, この平面内の $\triangle PQR$ の面積を $S(u)$ とおく. u が $0 \leq u \leq 2$ の範囲を動くとき, $S(u)$ の最大値を求めよ.
- (3) u が $0 \leq u \leq 2$ の範囲を動くとき, (2)の $\triangle PQR$ が動いてできる立体 V の体積を求めよ.