

数 学

注 意

1. 問題は全部で5題あり，冊子は計算用の余白も合わせて12ページである。
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。（ただし，マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている。）
3. 解答は解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. マーク・シート記入については，解答用紙（その1）の「解答上の注意」にしたがうこと。
5. 問題3，4，5の解答については，論述なしで結果だけ記しても，正解とは見なさない。
6. 解答用紙はすべて必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

1 解答を解答用紙(その1)の **1** 欄に記入せよ.

関数 $f(x)$ を $f(x) = 4 \cos^3 x + 3 \sin^3 x$ と定義する. このとき

(1) $f(x)$ の $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ における最大値は **ア**, 最小値は $\frac{\text{イ} \text{ウ}}{\text{エ}}$

である.

(2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \frac{\text{オ} \text{カ}}{\text{キ}}$

ただし分数はすべて既約分数とする.

2 解答を解答用紙(その1)の **2** 欄に記入せよ.

空間に4点 $A(0, 4, 0)$, $B(3, 0, 4)$, $C(3, 0, 0)$, $D(3, 4, 0)$ をとり,
線分 AB 上の点 P に対して三角形 $\triangle PCD$ の面積を S とおく. 点 P が線分 AB 上
を動くとき, S が最小になるのは, P の x 座標が $\frac{\boxed{\text{ク}}\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}\boxed{\text{サ}}}$ のときで, この

とき $S = \frac{\boxed{\text{シ}}\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である. また S の最大値は $\boxed{\text{ソ}}$ である.

ただし分数はすべて既約分数とする.

3

解答を解答用紙(その2)の

3

欄に記入せよ.

(1) 関数 $f(x) = \frac{4+3x}{1+x^2}$ の最大値と最小値を求めよ.

(2) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{4n+3k}{n^2+k^2}$ を求めよ.

4 解答を解答用紙(その3)の **4** 欄に記入せよ.

座標平面上に点 $O(0, 0)$, $A(1, 0)$ をとる. この平面上の2点 P , Q を, 条件

(a) $OP = 1$, $\angle AOP \leq \frac{\pi}{2}$

(b) $PQ = 1$, $\angle OPQ \geq \frac{\pi}{2}$

を満たすように動かす. ただし角の大きさは 0 から π までの範囲で測るものとする.

(1) 点 P が $B(0, 1)$ にあるとき, 点 Q が動いてできる曲線を求め, 図示せよ.

(2) $\angle OPQ = \frac{\pi}{2}$ となるような点 Q のつくる曲線を求め, 図示せよ.

(3) 点 Q の動く領域を求め, 図示せよ.

5 解答を解答用紙(その4)の **5** 欄に記入せよ.

三つのさいころ A, B, C を同時に投げ、A の目が 1 のときには得点 1 を、B の目が 1 のときには得点 2 を、C の目が 1 のときには得点 4 を得るというゲームを行う。例えば A の目が 1、B の目が 3、C の目が 1 の場合の得点は $1 + 4 = 5$ である。

- (1) 一回のゲームで得点が正になる確率を求めよ。
- (2) 一回のゲームでの得点の期待値を求めよ。
- (3) 得点が正の場合だけ続けて次のゲームを行うというルールで、最長 n 回のゲームを行うときの総得点の期待値を $E(n)$ とおく。極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} E(n)$ を求めよ。