

$$\text{I} \quad (1) \quad \sqrt{\boxed{\text{アイ}}} = \sqrt{10}$$

$$\boxed{\text{ウエオ}} = 100$$

$$(2) \quad \frac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}} - \sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$\frac{(\boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}} \pm 1)\sqrt{\boxed{\text{カキ}}}}{\boxed{\text{クケ}}}$$

$$= \frac{(4\sqrt{3} \pm 1)\sqrt{17}}{34}$$

$$(3) \quad \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} = \frac{1}{6}$$

$$(4) \quad \begin{array}{cc} \boxed{\text{ア}} & d \\ \boxed{\text{イ}} & g \\ \boxed{\text{ウ}} & e \\ \boxed{\text{エ}} & e \\ \boxed{\text{オ}} & d \\ \boxed{\text{カ}} & g \end{array}$$

$$\text{II} \quad (1) \quad \boxed{\text{ア}} = 0 \quad \boxed{\text{イウ}} = -4$$

$$(2) \quad \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} = \frac{3}{5} \quad \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} = \frac{4}{5}$$

$$\boxed{\text{オカ}} = -9$$

$$\frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}} = \frac{-3}{5}$$

$$\frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}} = \frac{-4}{5} \quad \boxed{\text{ズセ}} = 11$$

$$(3) \quad \boxed{\text{ア}} \leq \alpha \gamma \leq \boxed{\text{イ}}$$

11

$$1 \leq \alpha \gamma \leq 4$$

$$(4) \quad \boxed{\text{ア}} = 2$$

$$\boxed{\text{イ}} = 8$$

$$\boxed{\text{ウ}} = 4$$

$$\boxed{\text{エオ}} = 26$$

III

$$(1) \quad \overrightarrow{OM} = \boxed{2} \overrightarrow{OA} + \boxed{1} \overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{OM} = 0 \cdot \overrightarrow{OA} + 1 \cdot \overrightarrow{OB}$$

$$(2) \quad \frac{\sqrt{\boxed{21}}}{\boxed{11}} = \frac{\sqrt{33}}{11}$$

$$\angle ABN = \boxed{90}^\circ$$

$$90^\circ$$

$$(3) \quad \frac{\boxed{2}}{\boxed{11}} \sqrt{\boxed{11}} = \frac{6}{11} \sqrt{11}$$

$$\frac{\boxed{6}}{\boxed{11}} \overrightarrow{AB} + \frac{\boxed{5}}{\boxed{11}} \overrightarrow{AC}$$

$$\frac{6}{11} \overrightarrow{AB} + \frac{5}{11} \overrightarrow{AC}$$

$$\frac{\boxed{12}}{\boxed{11}} \overrightarrow{OA} + \frac{\boxed{6}}{\boxed{11}} \overrightarrow{OB} + \frac{\boxed{6}}{\boxed{11}} \overrightarrow{OC}$$

$$\frac{12}{11} \overrightarrow{OA} + \frac{6}{11} \overrightarrow{OB} + \frac{6}{11} \overrightarrow{OC}$$

$$(4) \quad \frac{\boxed{2}}{\boxed{11}} \sqrt{\boxed{11}} = \frac{2}{11} \sqrt{22}$$

$$\frac{\boxed{1}}{\boxed{11}} \overrightarrow{OA} + \frac{\boxed{6}}{\boxed{11}} \overrightarrow{OB} + \frac{\boxed{5}}{\boxed{11}} \overrightarrow{OC}$$

$$\frac{1}{11} \overrightarrow{OA} + \frac{6}{11} \overrightarrow{OB} + \frac{5}{11} \overrightarrow{OC}$$

$$(5) \quad \frac{\sqrt{\boxed{2}}}{\boxed{1}} = \frac{\sqrt{2}}{1}$$

IV (1)

$$\begin{aligned}(\text{左辺}) - (\text{右辺}) &= (a+b)(a^3+b^3) - (a^2+b^2)^2 \\&= (a^4+ab^3+ba^3+b^4) - (a^4+2a^2b^2+b^4) \\&= a^3b - 2a^2b^2 + ab^3 \\&= ab(a-b)^2 \geq 0\end{aligned}$$

等号成立は、 $a>0, b>0$ かつ

$$a=b \quad a \text{ と } b$$

(2) 文字の対称性から

$$a \geq b \geq c \text{ と } c \leq 2$$

一般性を失わずに

$c=2$ 、 b と c を固定し、 a
 a だけを動かして考える。

$$(\text{左辺}) - (\text{右辺}) = f(a) \text{ と } a < c$$

$$f(a) = (a+b+c)(a^3+b^3+c^3) - (a^2+b^2+c^2)^2$$

$$\begin{aligned}f'(a) &= a^3+b^3+c^3 + 3a^2(a+b+c) \\&\quad - 2 \cdot 2a(a^2+b^2+c^2)\end{aligned}$$

$$= 3(b+c)a^2 - 4(b^2+c^2)a + b^3+c^3$$

$$f''(a) = 6(b+c)a - 4(b^2+c^2)$$

$f''(a)$ は、 $b>0, c>0$ かつ a の単調増加関数で

a が最小値 b ($\because a \geq b \geq c$) とするとき
最小となるので、 f の値は

$$\begin{aligned}f''(b) &= 6(b+c)b - 4(b^2+c^2) \\&= 2b^2 + 6bc - 4c^2 \\&= 2b^2 + 2bc + 4c(b-c) > 0\end{aligned}$$

$$(\because b \geq c > 0)$$

よって常に $f''(a) > 0$ となるので $f'(a)$ は
単調増加し、 f の最小値は

$$\begin{aligned}f(b) &= 3(b+c)b^2 - 4(b^2+c^2)b + b^3+c^3 \\&= c(b-c)(3b-c) \geq 0 \\&(\because b \geq c > 0)\end{aligned}$$

よって $f(a)$ は単調増加し、 f の最小値は

$$\begin{aligned}f(b) &= (b+b+c)(b^3+b^3+c^3) - (b^2+b^2+c^2)^2 \\&= 2bc(b-c)^2 \geq 0\end{aligned}$$

$$(\because b \geq c > 0)$$

よって題意は示された。

また等号が成り立つのは

$f(a)$ の最小値が 0 になるのは、
 $a \geq b$ 、 $a=b$ 、 $b=c$ となるので

$a=b=c$ のとき、等号が成り立つ。