

数 学

注 意

1. 問題は全部で8ページである.
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること. (ただし, マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている.)
3. 解答はすべて解答用紙に記入すること.
4. 解答用紙は必ず提出のこと. [問題は提出する必要はない.]

マーク・シート記入上の注意については, この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること. ただし, 冊子は開かないこと.

I 以下の問題については 解答用紙(その1)を使用すること.

- (1) $x^{\log_{10} x} = \frac{x^2 \sqrt{x}}{10}$ を解くと, x の小さな値は $\sqrt{\boxed{\text{アイ}}}$ で, x の大きな値は $\boxed{\text{ウエオ}}$ となる.

- (2) $\sin 15^\circ$ の値は $\frac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}} - \sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である. また, $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin B = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\tan C = \frac{5}{3}$ のとき, $\sin(A+B+C)$ の値を求めよ. ただし, A, B, C はすべて, -90° より大きく, 90° より小さいものとする.

$$\sin(A+B+C) = \frac{(\boxed{\text{エ}} \sqrt{\boxed{\text{オ}}} \pm 1) \sqrt{\boxed{\text{カキ}}}}{\boxed{\text{クケ}}}$$

- (3) $a+b=c$ のとき, 次の式の値を求めよ. ただし, $abc \neq 0$ とする.

$$\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{3bc} + \frac{c^2 + a^2 - b^2}{4ac} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

- (4) x^2, x^3, x^4 をそれぞれ $x^2 + x + 1$ で割ったときの余りは, 次の (a) から (i) のどれになるか. その記号(アルファベット)をマークすること.

(a) $x+1$ (b) $x-1$ (c) $-x+1$ (d) $-x-1$ (e) x (f) $-x$ (g) 1 (h) 0

(i) その他

x^2 を割ったときの余りは $\boxed{\text{ア}}$, x^3 を割ったときの余りは $\boxed{\text{イ}}$, そして, x^4 を割ったときの余りは $\boxed{\text{ウ}}$ である. また, x^7, x^{50}, x^{60} をそれぞれ同じように $x^2 + x + 1$ で割ったときの余りについても, その記号をマークすると, x^7 を割ったときの余りは $\boxed{\text{エ}}$, x^{50} を割ったときの余りは $\boxed{\text{オ}}$, そして, x^{60} を割ったときの余りは $\boxed{\text{カ}}$ となる.

〔計 算 余 白〕

Ⅱ 以下の問題については 解答用紙(その1)を使用すること.

(1) 関数 $f(x) = 3^x + 3^{-x} - 3^{3x+1} - 3^{-3x+1}$ は, $x = \boxed{\text{ア}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{イウ}}$ をとる.

(2) 実数 x, y が $x^2 + y^2 = 1$ を満たしているとき, $x^2 + y^2 - 6x - 8y$ は, $x = -\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$,
 $y = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{オカ}}$, $x = -\frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$, $y = -\frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{スセ}}$ をとる.

(3) $(\log_2 x)^2 + (\log_2 y)^2 = \log_4 x^2 + \log_4 y^2$ のとき, xy のとり得る範囲は $\boxed{\text{ア}} \leq xy \leq \boxed{\text{イ}}$ である.

(4) 第 n 項が $-n^2 + 4n + 4$ と表される数列 $\{a_n\}$ (ただし, $n \geq 1$) は, 第 $\boxed{\text{ア}}$ 項が最大となり, その値は $\boxed{\text{イ}}$ である. また, この数列 $\{a_n\}$ は, 初項から第 $\boxed{\text{ウ}}$ 項までの和が最大となり, その値は $\boxed{\text{エオ}}$ である.

(計 算 余 白)

Ⅲ 以下の問題については 解答用紙(その1)を使用すること.

四面体 OABC において, $OA = 2$, $OB = OC = 1$, また $\angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 60^\circ$ とする.

(1) 頂点 O から辺 AB に垂線 OM を下ろすと,

$$\overrightarrow{OM} = \boxed{\text{ア}} \overrightarrow{OA} + \boxed{\text{イ}} \overrightarrow{OB}$$

である.

(2) 頂点 O から平面 ABC に垂線 ON を下ろすと, BN の長さは $\frac{\sqrt{\boxed{\text{アイ}}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ かつ,

$\angle ABN = \boxed{\text{オカ}}^\circ$ である.

(3) AN の長さは $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}} \sqrt{\boxed{\text{エオ}}}$ であり, また

$$\overrightarrow{AN} = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}} \overrightarrow{AB} + \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}} \overrightarrow{AC}$$

であるから,

$$\overrightarrow{AN} = \frac{\boxed{\text{シスセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}} \overrightarrow{OA} + \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}} \overrightarrow{OB} + \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナニ}}} \overrightarrow{OC}$$

となる.

(4) ON の長さは $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}} \sqrt{\boxed{\text{エオ}}}$ であり, また

$$\overrightarrow{ON} = \frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{クケ}}} \overrightarrow{OA} + \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}} \overrightarrow{OB} + \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソ}}} \overrightarrow{OC}$$

である.

(5) 四面体 OABC の体積は $\frac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である.

〔計 算 余 白〕

Ⅳ 以下の問題については 解答用紙 (その 2) を使用すること.

- (1) $a > 0, b > 0$ のとき, 次の不等式が成り立つことを証明せよ. また等号が成り立つのは, どのようなときか.

$$(a+b)(a^3+b^3) \geq (a^2+b^2)^2$$

- (2) $a > 0, b > 0, c > 0$ のとき, (1) の不等式を利用して, 次の不等式が成り立つことを証明せよ. また等号が成り立つのは, どのようなときか.

$$(a+b+c)(a^3+b^3+c^3) \geq (a^2+b^2+c^2)^2$$

〔計 算 余 白〕

マーク・シート記入上の注意

1. 解答用紙(その1)はマーク・シートになっている。HBの黒鉛筆またはシャープペンシルを用いて記入すること。
2. 解答用紙にあらかじめプリントされた受験番号を確認すること。
3. 解答用紙をよごしたり折り曲げたりしないこと。

問題の アイ , キ などの には、ある整数が入る。これらを次の方法で解答欄に解答せよ。

- (1) ア、イ、ウ、…のひとつひとつは、それぞれ0から9までの数字、または、－、＋、＊のいずれかひとつに対応する。それらをア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークする。

マークは、○を塗りつぶすことによっておこなう。訂正するときは、消しゴムで完全に消すこと。×をつけても、消したことになる。

〔例〕 アイ に－7と答えたいとき

ア	●	⊖	⊕	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*
イ	⊖	⊕	0	1	2	3	4	5	6	7	●	8	9	*

〔例〕 ウエ に38と答えたいとき

ウ	⊖	⊕	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9	*
エ	⊖	⊕	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9	*

- (2) 解答欄が余るときは、余った欄(後の方を余らす)に＊をマークする。

〔例〕 オカキ に4と答えたいとき

オ	⊖	⊕	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9	*
カ	⊖	⊕	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	●
キ	⊖	⊕	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	●

- (3) 解答欄が不足するときは、最後の欄に＊を付加する(この場合、最後の欄には2つのマークが入ることになる)。

〔例〕 クケ に－365と答えたいとき

ク	●	⊖	⊕	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*
ケ	⊖	⊕	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9	●	

- (4) 解答欄に適合するものがないときは、その欄に＊をマークする。

〔例〕 コサ に対して問題が

$x^2 + 1 < 0$ ならば $x \geq$ コサ
のとき

コ	⊖	⊕	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	●
サ	⊖	⊕	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	●

- (5) 以上により、どの欄にもかならずマークが入ることになる。記入のない欄は、解答放棄とみなされる。
- (6) 分数形で解答するときは既約分数とし、符号は分子につけること。
- (7) 平方根はできるだけ開く。〔例〕 $\sqrt{8}$ は $2\sqrt{2}$ とする。