

数 学

注 意

1. 問題は全部で5題あり、冊子は計算用の余白も合わせて12ページである。
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。(ただし、マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている。)
3. 解答は解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. マーク・シート記入については、解答用紙(その1)の「解答上の注意」にしたがうこと。
5. 問題3, 4, 5の解答については、論述なしで結果だけ記しても、正解とは見なさない。
6. 解答用紙はすべて必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

〔計 算 用 余 白〕

〔計 算 用 余 白〕

1 解答を解答用紙(その1)の **1** 欄に記入せよ.

関数 $f(x)$ を $f(x) = 5e^x - e^{2x}$ と定義する.

(1) $f(x)$ は $x = \log \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ で最大値 $\frac{\boxed{\text{ウ}}\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ をとる.

(2) $y = f(x)$ のグラフの変曲点の x 座標は $\log \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である.

(3) $I_R = \int_{-R}^{\log 5} f(x) dx$ とおくとき $\lim_{R \rightarrow \infty} I_R = \frac{\boxed{\text{ク}}\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である.

ただし分数はすべて既約分数とする.

〔計 算 用 余 白〕

2

解答を解答用紙(その1)の 2 欄に記入せよ.

Aと書かれたカードが4枚, Bと書かれたカードが4枚ある. このカード計8枚をよく切って一列に並べ, その8枚のカードの列に次の操作を行う. 列の中にBAの順に隣りあってカードが並んだ場所があるとき, その2枚を取り去って6枚のカードの列にする. このカードの列の中に, さらにBAの順で隣りあってカードが並んだ場所があるとき, その2枚を取り去って4枚のカードの列にする. 以下これを繰り返し, 列の中にBAの順に隣りあってカードが並んだ場所がなくなるまで続ける. 例えば列BAABBBAAは, 最後には列ABになる. このとき

(1) カードの列AAAABBBBが残る確率は $\frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{サ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline \text{シ} & \text{ス} \\ \hline \end{array}}$ である.

(2) 最後にカードの列AAABBBが残る確率は $\frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{セ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline \text{ソ} & \text{タ} \\ \hline \end{array}}$ である.

(3) 最後にカードの列AABBが残る確率は $\frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{チ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{ツ} \\ \hline \end{array}}$ である.

ただし分数はすべて既約分数とする.

〔計 算 用 余 白〕

3

解答を解答用紙(その2)の

3

欄に記入せよ.

平面上に3点 O, A, B をとり, $\vec{a} = \overrightarrow{OA}, \vec{b} = \overrightarrow{OB}$ とおく. さらに平面上の4点 C, D, E, F を, $\overrightarrow{OC} = \vec{a} + \vec{b}, \overrightarrow{OD} = 2\vec{a} + \vec{b}, \overrightarrow{OE} = 3\vec{a} + \vec{b}, \overrightarrow{OF} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$ を満たすようにとると $OA = OC = OD = 1$ が成り立つという. このとき

(1) $\angle AOB$ の大きさを求めよ.

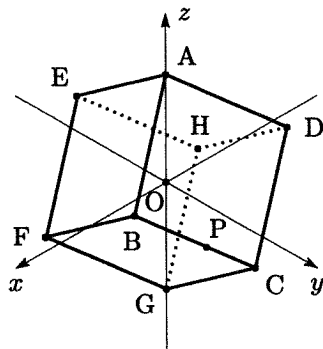
(2) 点 O, A, E, D, F, C, B, O をこの順に結んでできる多角形の面積を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

4

解答を解答用紙(その3)の 4 欄に記入せよ.

一辺の長さが1の立方体 $ABCD-EFGH$ を xyz 空間に、中心 O が原点に、頂点 A が z 軸の $z > 0$ の部分に、頂点 C が yz 平面の $y > 0$ の部分にくるようにおく. ただし中心 O は対角線 AG , BH , CE , DF の共有点で、すべての対角線の中点になっている.



- (1) 頂点 C の座標を求めよ.
- (2) 頂点 H , B の座標を求めよ. ここで、立方体を z 軸を中心に $\frac{2}{3}\pi$ だけ回転させると、点 C は点 H に、点 H は点 F に、点 F は点 C にそれぞれ移ることを利用してもよい.
- (3) 辺 CB 上で、頂点 C からの距離が t ($0 \leq t \leq 1$) である点を P とする. 立方体を z 軸を中心に回転させるとき、点 P が描く円と、 yz 平面の $y > 0$ の部分が交わる点を P' とするとき、点 P' の座標を求めよ.
- (4) 立方体を z 軸を中心に一回転させてできる立体図形の、 yz 平面による断面図を描け.

ただし、立体図形の yz 平面による断面図とは、その図形と yz 平面との共通部分を指す.

〔計 算 用 余 白〕

5

解答を解答用紙(その4)の

5

欄に記入せよ.

単位円 $x^2 + y^2 = 1$ 上に点 $P(\cos \theta, \sin \theta)$ をとり, 点 P における単位円の接線を ℓ とする. ただし $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ である. 接線 ℓ , x 軸, 直線 $x = -1$ のつくる三角形の面積を S とおくと, 以下に答えよ.

(1) 面積 S を θ を用いて表せ.

(2) θ が $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くときの, 面積 S の最小値を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕