



$$3 = 22$$

$$1 = 3$$

$$\dot{7} = 6$$

$$\boxed{Z} \quad (A) \quad I = 3\sqrt{3}$$

$$\tau = -6 - 3\sqrt{3}$$

$$\eta = \sqrt{13}$$

$$(B) \quad I = \frac{1}{6}$$

$$\tau = \frac{3}{4}$$

$$\eta = \frac{3 - 7\sqrt{5}}{24}$$

[3]

$$(1) F(x) = \int_0^x (t-a)(t-2a) dt$$

$$= \int_0^x (t^2 - 3at + 2a^2) dt$$

$$= \left[\frac{1}{3}t^3 - \frac{3a}{2}t^2 + 2a^2t \right]_0^x$$

$$= \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}ax^2 + 2a^2x$$

$$\therefore F(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}ax^2 + 2a^2x$$

$$(2) F'(x) = x^2 - 3ax + 2a^2$$

$$F'(x) = 0 \quad a \neq 0. \quad x = a, 2a \text{ である。}$$

$F(x)$ は $x = a, 2a$ で極値をとる。

i) $a > 0$ のとき。

x		a		$2a$	
$F'(x)$	+	0	-	0	+
$F(x)$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$

$F(x)$ は $x = a$ で極大値

$$F(a) = \frac{1}{3}a^3 - \frac{3}{2}a^3 + 2a^3$$

$$= \frac{5}{6}a^3 \text{ である。}$$

$$\therefore \frac{5}{6}a^3 = a \text{ であるならば } a\left(\frac{5}{6}a^2 - 1\right) = 0$$

$$\text{よって } a = 0, \pm \sqrt{\frac{6}{5}} \text{ である。}$$

$$\text{したがって、} a > 0 \text{ より、} a = \sqrt{\frac{6}{5}}$$

ii) $a = 0$ のとき、 $F(x)$ は極値をとらない。

iii) $a < 0$ のとき、 $F(x)$ は $x = 2a$ で極大値

$$F(2a) = \frac{1}{3} \cdot 8a^3 - \frac{3}{2}a \cdot 4a^2 + 4a^3 = \frac{2}{3}a^3 \text{ である。}$$

$$\therefore \frac{2}{3}a^3 = a \text{ であるならば、} a\left(\frac{2}{3}a^2 - 1\right) = 0$$

$$a < 0 \text{ より、} a \text{ をとれば } a \text{ は } -\frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\text{よって求める } a \text{ は } \frac{\sqrt{30}}{5}, -\frac{\sqrt{6}}{2}$$

4

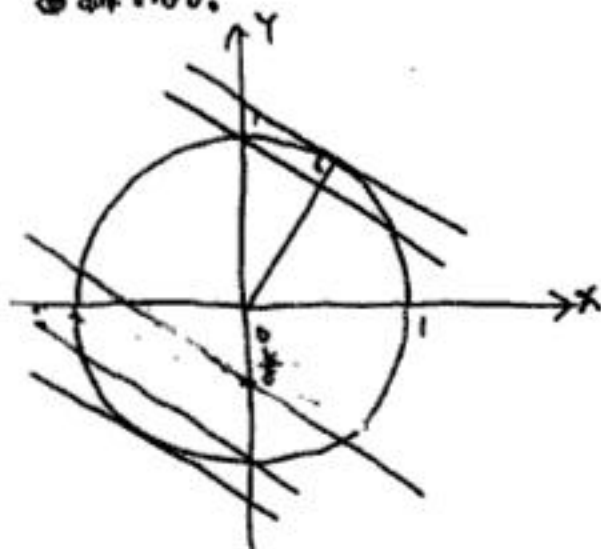
$2^x = X, 2^y = Y$ ($X > 0, Y > 0$) とおくと、 X, Y はそれぞれ
 x, y に対応して 1 つに決まる。

すると、連立方程式は

$$\begin{cases} X^2 + Y^2 = 1 & \dots ①' \\ X + 8Y = k & \dots ②' \end{cases} \quad \text{と変形できる。}$$

これを XY 平面上に表わすと、

①' は原点を中心とする半径 1 の円、②' は Y 切片が $\frac{k}{8}$ 、傾き $-\frac{1}{8}$ の直線になる。



よって求める解の個数は、

$X > 0, Y > 0$ に決まる

①' と ②' の解の個数である。

①' と ②' が接するときは、 $\frac{k}{8} = 1 \times \frac{\sqrt{65}}{8}$ より

$k = \sqrt{65}$ となる。

②' が $(0, 1)$ を通るときは、

$k = 8$ となる。

②' が $(1, 0)$ を通るときは、

$k = 1$ となる。

よって求める解の個数は

$k > \sqrt{65}, k \leq 1$ のとき 0 個

$k = \sqrt{65}, 1 < k \leq 8$ のとき 1 個

$8 < k < \sqrt{65}$ のとき 2 個