

数 学

注 意

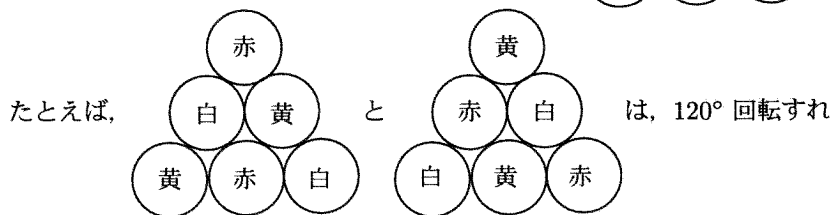
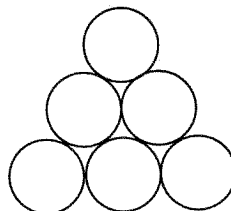
1. 問題は全部で5題あり、冊子は計算用の余白も合わせて12ページである。
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。(ただし、マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている。)
3. 解答はすべて解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. マーク・シート記入については、解答用紙(その1)の「解答上の注意」にしたがうこと。
5. 問題3, 4, 5の解答については、論述なしで結果だけ記しても、正解とは見なさない。
6. 解答用紙はすべて必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

(計算用余白)

〔計算用余白〕

1 解答を解答用紙（その1）の **1** 欄に記入せよ。

同じ形の赤，白，黄色の円板を2枚ずつ，計6枚を右図のように正三角形の形におく。このとき平面上で全体を回転して同じ置き方となるものは，同じ配置と考える。



このとき，次の問に答えよ。

- (1) 正三角形の2頂点にあたる場所に白色の円板が置かれ，残る1頂点の場所に黄色の円板が置かれる配置の仕方は **ア** 通りである。
- (2) 正三角形の3頂点にあたる場所に異なる色の円板が置かれる配置の仕方は **イ** **ウ** 通りである。
- (3) すべての配置の仕方は **エ** **オ** 通りである。

〔計算用余白〕

2解答を解答用紙（その1）の **2** 欄に記入せよ.

次の定積分を求めよ. ただし, 解答の分数は既約分数とする.

$$(1) \quad \int_0^{\log 3} (e^x + e^{2x} - 2e^{-x}) dx = \frac{\boxed{\text{カ}} \boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

$$(2) \quad \int_0^1 x \left(1 + \pi^2 \sin \frac{\pi x}{2} \right) dx = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

(計算用余白)

3解答を解答用紙（その2）の **3** 欄に記入せよ。

定数 a, b は $b > a > 0$ を満たしている。関数の列 $f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x), \dots$ を

$$f_1(x) = \frac{bx}{x+a}, \quad f_{n+1}(x) = f_1(f_n(x)) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定めるとき、以下の問に答えよ。

- (1) $f_2(x)$ および $f_3(x)$ を求めよ。
- (2) 一般の n に対して $f_n(x)$ の形を推測し、それを数学的帰納法を用いて証明せよ。
- (3) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(b)$ を求めよ。

(計算用余白)

4解答を解答用紙（その3）の**4**欄に記入せよ.関数 $f(\theta)$ を

$$f(\theta) = 4\cos^3\theta + 4\sin^3\theta - 9\cos\theta\sin\theta$$

で定める. また, $x = \cos\theta + \sin\theta$, $y = \cos\theta\sin\theta$ とおく. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) θ が 0 から 2π まで動くとき, 点 (x, y) の軌跡を求め, 図示せよ.
- (2) $f(\theta)$ を x の式で表せ.
- (3) θ が 0 から 2π まで動くときの, 関数 $f(\theta)$ の最大値と最小値を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

5解答を解答用紙（その4）の**5**欄に記入せよ.

a を $a > 1$ を満たす定数とする. xyz 空間の 4 点 $O(0, 0, 0)$, $P(0, a, a^2)$, $Q(a^2, 0, a)$, $R(a, a^2, 0)$ を頂点とする四面体 $OPQR$ と平面 $z = 1$ との共通部分を F とおく.

- (1) F の概形を平面上に描け.
- (2) F の面積を a を用いて表せ.

〔計算用余白〕