

数 学

注 意

1. 問題は全部で5題あり、冊子は計算用の余白もあわせて12ページである。
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。(ただし、マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている。)
3. 解答はすべて解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. マーク・シート記入については、解答用紙(その1)の「解答上の注意」にしたがうこと。
5. 問題3, 4, 5の解答については、論述なしで結果だけ記しても、正解とはみなさない。
6. 解答用紙はすべて必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

(計算用余白)

[計算用余白]

1 解答を解答用紙(その1)の 1 欄に記入せよ.

さいころを3回続けて振り、出た3つの目を3辺の長さとする三角形がある場合には、その三角形をつくる。ただし、3頂点が一直線上に並ぶものは三角形とはみなさない。

このとき次の問に答えよ。ただし、解答の分数は既約分数とする。

(1) 1回目に出た目が1のとき、三角形をつくることのできる確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) 1回目に出た目が2のとき、三角形をつくることのできる確率は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}} \boxed{\text{オ}}}$ である。

(3) 辺の長さがすべて異なる三角形をつくることのできる確率は $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}} \boxed{\text{ク}}}$ である。

(計算用余白)

2 解答を解答用紙(その1)の 2 欄に記入せよ.

4次関数 $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$ は $x = -3$ で極値をとり、そのグラフは点 $(-1, -11)$ を変曲点とする.

このとき $a =$ ケ, $b =$ コ サ, $c =$ シ ス である.

(計算用余白)

3解答を解答用紙(その2)の **3** 欄に記入せよ.

直線 $l: y = k(x + 1)$ および放物線 $C: y = x^2$ について以下の間に答えよ. ただし, k は実数である.

- (1) 直線 l と放物線 C が異なる 2 点で交わるような k の値の範囲を求めよ.
- (2) k が (1) で求めた範囲を動くとき, l と C の 2 つの交点の midpoint が描く軌跡を求め, xy 平面上に図示せよ.

[計算用余白]

4 解答を解答用紙(その3)の 4 欄に記入せよ.

xyz 空間に定点 $A(1, 0, 0)$, $B(1, 1, 0)$, $C(0, 1, 0)$, $D(-1, 0, 0)$, $E(0, 0, 1)$ をとる. また, 原点 O を中心とする xy 平面上の半径 1 の円を C_1 , 原点 O を中心とする xz 平面上の半径 1 の円を C_2 とする. 動点 P は, 円 C_1 上を点 A から点 C を通り, 点 D まで一定の速さで動く. 動点 Q は, 点 P と同時に点 A を出発し, 円 C_2 上を点 E を通り点 D まで, 点 P と同じ速さで動く.

$\angle AOP = \theta$ とおくとき, 以下の問に答えよ.

- (1) 点 P , Q の座標を θ を用いて表せ.
- (2) 4 点 A, B, P, Q を頂点とする四面体の体積を V とする. 角 θ が $0 < \theta < \pi$ の範囲にあるとき, V を θ を用いて表せ.
- (3) 角 θ が $0 < \theta < \pi$ の範囲を動くとき, V の最大値を求めよ.

(計算用余白)

5解答を解答用紙(その4)の **5** 欄に記入せよ.正の数 a に対して

$$I(a) = \int_0^a \frac{e^x}{1+e^x} dx, \quad J(a) = \int_0^a \frac{1}{1+e^x} dx$$

とおく.

- (1) $I(a)$ および $J(a)$ を求めよ.
- (2) 自然数 n に対して $I(a_n) = J(a_n) + \log n$ を満たす正の数 a_n を求めよ.
- (3) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - \log n)$ を求めよ.

〔計算用余白〕