2007年度 S (PCMT)

数　　学

注　意

1. 問題は全部で5題あり，冊子は計算用の余白もあわせて12ページである.
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること.（ただし，マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている.）
3. 解答はすべて解答用紙の指定された欄に記入すること. 指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない.
4. マーク・シート記入については，解答用紙(その1)の「解答上の注意」にしたがうこと.
5. 問題3，4，5の解答については，論述なしで結果だけ記しても，正解とはみなさない.
6. 解答用紙はすべて必ず提出すること. 問題冊子は持ち帰ってよい.

〔計 算 用 余 白〕

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{1}$ 解答を解答用紙(その1)の $\boxed{1}$ 欄に記入せよ.

次の定積分を求めよ. ただし, 解答の分数は既約分数とする.

(1) $\displaystyle\int_0^4 \frac{x^2+1}{x+1}\,dx = \boxed{\text{ア}} + \boxed{\text{イ}}\log\boxed{\text{ウ}}$

(2) $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} x(\cos 2x - \sin 2x)\,dx = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\pi + \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{2}$ **解答を解答用紙(その1)の $\boxed{2}$ 欄に記入せよ.**

一辺の長さが1の正四面体ABCDを考える. 頂点Aから△BCDへ垂線AHを下ろし, BとHを結ぶ直線がCDと交わる点をEとする. このとき $AE = BE = \dfrac{\sqrt{\boxed{ク}}}{\boxed{ケ}}$ を用いると, $BH = \dfrac{\sqrt{\boxed{コ}}}{\boxed{サ}}$, $AH = \dfrac{\sqrt{\boxed{シ}}}{\boxed{ス}}$ となることがわかる. また, 線分AH上に点OをAO = BOとなるようにとると, $AO = \dfrac{\sqrt{\boxed{セ}}}{\boxed{ソ}}$ であり, OBとOHのなす角を θ とおくと, $\cos\theta = \dfrac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}$ である.

なお, 解答の分数は既約分数とする.

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{3}$ **解答を解答用紙(その2)の $\boxed{3}$ 欄に記入せよ.**

$\triangle ABC$ において，3辺の長さが $AB = AC = 2$，$BC = x$ であるとき，次の問に答えよ.

(1) $\triangle ABC$ の内接円の半径を x を用いて表せ.

(2) $\triangle ABC$ の内接円の面積を最大にする x の値と，その最大値を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{4}$ **解答を解答用紙(その3)の $\boxed{4}$ 欄に記入せよ.**

正の数 t に対して，曲線 $y=\log x$ と y 軸および2直線 $y=-t$, $y=-2t$ で囲まれた図形が，y 軸のまわりに1回転してできる回転体の体積を V とする.

(1) V を t を用いて表せ.

(2) t が $t>0$ の範囲を動くとき，V の最大値を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{5}$ **解答を解答用紙(その4)の $\boxed{5}$ 欄に記入せよ.**

行列 $A = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ および点 $\mathrm{P}(1, 0)$を考える. 点 P が行列 A により点 Q に移動し, 点 Q が行列 B により点 R に移動するとき, 次の問に答えよ.

(1) 点 Q および点 R の座標を θ を用いて表せ.

(2) 原点 O および点 Q, R を頂点とする△OQR の面積を θ を用いて表せ. ただし O, Q, R が一直線上にあるときは面積は 0 とする.

(3) θ が $0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲を動くとき, △OQR の面積の最大値を求めよ. また最大値を与える θ の値をすべて求め, 対応する点 Q の位置を平面上に図示せよ.

〔計 算 用 余 白〕