

数 学

注 意

1. 問題は全部で5題あり、冊子は計算用の余白もあわせて12ページである。
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。(ただし、マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている。)
3. 解答はすべて解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. マーク・シート記入については、解答用紙(その1)の「解答上の注意」にしたがうこと。
5. 問題3, 4, 5の解答については、論述なしで結果だけ記しても、正解とはみなさない。
6. 解答用紙はすべて必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

1

解答を解答用紙(その1)の 1 欄に記入せよ。

- (1) 1 から 10 までの数字をひとつずつ書いた 10 枚のカードがある。これらのカードをよく切り、まず A 君が 2 枚引き、その後 B 君が 3 枚引いて、互いに持っているカードを見せ合い、勝敗を争うゲームを行う。2 人が持っているカードのうち一番大きな数字の書かれたカードを持っている方を勝ちとしたとき、

A 君の勝つ確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

- (2) (1) のゲームで規則を変更する。まず A 君が 2 枚引き、そのカードを見せた後 2 枚のカードを戻し、10 枚のカードをあらためてよく切った後 B 君が 3 枚引き、そのカードを見せる。A 君と B 君の引いたカードのうち一番大きな数字の書かれたカードを引いた方を勝ちとする。ただし、2 人とも同じ一番大きな数字を引いたときは引き分けとする。このとき

A 君の勝つ確率は $\frac{\boxed{\text{ウ}} \boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}} \boxed{\text{カ}} \boxed{\text{キ}}}$ である。

- (3) (2) のゲームで引き分けとなる確率は $\frac{\boxed{\text{ク}} \boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}} \boxed{\text{サ}} \boxed{\text{シ}}}$ である。

ただし、解答の分数は既約分数とする。

2 解答を解答用紙(その1)の **2** 欄に記入せよ.

辺の長さが $AB = \sqrt{5}$, $AC = \sqrt{5}$, $BC = \sqrt{2}$ で与えられる $\triangle ABC$ について
次の問に答えよ. ただし, 解答の分数は既約分数とする.

(1) $\cos \angle A$ の値は $\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である.

(2) 内積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ の値は $\boxed{\text{ソ}}$ である.

(3) $|\overrightarrow{AB} - t\overrightarrow{AC}|^2$ を最小にする t の値は $\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ で, 最小値は $\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ である.

3

解答を解答用紙(その2)の

3

欄に記入せよ.

3 次関数 $f(x)$ が

$$f(x+1)+2f(x)+f(x-1)=8x^3+8ax^2+12ax+4$$

を満たしている. ただし, a は定数である. 次の問に答えよ.

- (1) 関数 $f(x)$ を求めよ.
- (2) $f(x)$ が極値をもたないような a の値の範囲を求めよ.

4 解答を解答用紙(その3)の **4** 欄に記入せよ.

辺の長さが1の正三角形ABCに対して、円 $S_1, S_2, S_3, \dots$ を次のように定める.

- (i) $\triangle ABC$ に内接する円を S_1 とする.
- (ii) 線分AB, 線分ACと円 S_1 に接する円を S_2 とする.
- (iii) 線分AB, 線分ACと円 S_2 に接する円で S_1 以外のものを S_3 とする.
- (iv) 線分AB, 線分ACと円 S_3 に接する円で S_2 以外のものを S_4 とする.
- (v) 以下同様に円 $S_5, S_6, \dots$ を定める.

次の問に答えよ.

(1) 円 S_1 の面積 m_1 を求めよ.

(2) 円 S_2 の面積 m_2 を求めよ.

(3) 円 S_n ($n = 1, 2, 3, \dots$)の面積を m_n とすると、級数 $\sum_{n=1}^{\infty} m_n$ の和を求めよ.

5 解答を解答用紙(その4)の **5** 欄に記入せよ.

関数 $f(x) = (a^2x - 2a)e^{ax}$ について, 次の問に答えよ. ただし, $a > 0$ とする.

(1) $f(x)$ の最小値を求めよ.

(2) 積分 $S(a) = \int_0^a f(x) dx$ を求めよ.

(3) a が $a > 0$ の範囲を動くとき, $S(a)$ の最小値を求めよ.