

数 学

注 意

1. 問題は全部で8ページである.
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること. (ただし, マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている.)
3. 解答はすべて解答用紙に記入すること.
4. 解答用紙は必ず提出のこと. [問題は提出する必要はない.]

マーク・シート記入上の注意については, この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること. ただし, 冊子は開かないこと.

Ⅰ 以下の問題については 解答用紙 (その 1) を使用すること.

(1) 2 次方程式

$$x^2 + 2mx + 2(m+3) = 0$$

において実数 m を変化させるとき, 方程式が実数の解をもたないような m の範囲を $m_1 < m < m_2$ とすると,

$$m_1 = \boxed{\text{ア}} - \sqrt{\boxed{\text{イ}}}, \quad m_2 = \boxed{\text{ウ}} + \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$$

である. また, x が重解をもつとき, 重解の最大値は $\boxed{\text{オカ}} + \sqrt{\boxed{\text{キ}}}$ である.

(2) p を実数とすると, 2 次関数 $y = x^2 + px + p - 4$ の最小値 y_0 は p の関数として $ap^2 + bp + c$ で与えられる. このとき

$$a = -\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad b = \boxed{\text{ウ}}, \quad c = \boxed{\text{エオ}}$$

である. また y_0 は, $p = \boxed{\text{カ}}$ のとき, 最大値 $\boxed{\text{キク}}$ をとる.

(3) 実数 t, e, f を係数とする方程式 $ty^2 - x + ey + f = 0$ で表される曲線が 2 点 $(1, 4)$, $(4, 1)$ を通るとき, e, f を t で表すと,

$$e = \boxed{\text{アイ}}t - \boxed{\text{ウ}} \quad \text{および} \quad f = \boxed{\text{エ}}t + \boxed{\text{オ}}$$

となる. また, この曲線が y 軸と共有点をもたないような t の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} < t < \boxed{\text{ク}}$$

で与えられる.

(計 算 余 白)

Ⅱ 以下の問題については 解答用紙 (その1) を使用すること.

(1) 整式 $P(x) = 2x^{15} + 4x^{10} + 6x^5 + 8$ が与えられたとき,

1. $P(x)$ を $x^4 - 1$ で割った余りは $\boxed{\text{ア}}$ $x^3 + \boxed{\text{イ}}$ $x^2 + \boxed{\text{ウ}}$ $x + \boxed{\text{エ}}$ である.

2. $P(x)$ を $x^3 + x^2 + x + 1$ で割った余りは $\boxed{\text{オ}}$ $x^2 + \boxed{\text{カ}}$ $x + \boxed{\text{キ}}$ である.

3. $P(x)$ を $x^3 - x^2 + x - 1$ で割った余りは $\boxed{\text{ク}}$ $x^2 + \boxed{\text{ケ}}$ $x + \boxed{\text{コサ}}$ である.

(2) 不等式 $4(\log_{\frac{1}{3}} x)^2 - \log_{\frac{1}{3}} x^2 - 2 \leq 0$ を満たす x の値の範囲は,

$$\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \leq x \leq \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$$

である.

(3) 方程式 $3^{3x+1} - 13 \cdot 3^{2x} + 13 \cdot 3^x - 3 = 0$ を満たす x の値は,

小さい順に $-\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$, $\boxed{\text{ウ}}$ である.

(4) 実数 x, y が $x^2 + y^2 = 1$ を満たすとき, $4x^2 + 4xy + y^2$ の最小値は $\boxed{\text{ア}}$, 最大値は $\boxed{\text{イ}}$ である.

(計 算 余 白)

III 以下の問題については 解答用紙 (その1) を使用すること.

(1) 自然数 n について, a_n を $\sqrt{n}$ の整数部分とする.

1. $a_5 = \boxed{\text{ア}}$, $a_{10} = \boxed{\text{イ}}$, $a_{50} = \boxed{\text{ウ}}$.

2. 自然数 m について, $a_n = m$ となる a_n の個数は, m の関数として

$\boxed{\text{エ}}$ $m + \boxed{\text{オ}}$ と表される.

3. $b_n = \sum_{k=1}^n a_k$ とすると, $b_5 = \boxed{\text{カ}}$, $b_{10} = \boxed{\text{キク}}$, $b_{20} = \boxed{\text{ケコ}}$.

(2) 方程式 $\sin^2 \theta - k \sin \theta + \frac{1}{4} = 0$ について ($0 \leq \theta < \pi$),

1. 4つの解をもつのは, $\boxed{\text{ア}} < k < \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ の場合である.

2. 3つの解をもつのは, $k = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ の場合である.

3. 2つの解をもつのは, $k = \boxed{\text{カ}}$ または $k > \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ の場合である.

(3) 2人でジャンケンをするとき, どちらかが勝つ確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である. また3人でジャ

ンケンをするとき, 1人が勝つ確率は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$, 2人が勝つ確率は $\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$, アイコは

$\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である. 次に, 3人でジャンケンをして1人が勝つまで続けるとする. ただし, 2

人が勝った場合は, 以後この2人だけで勝負する. 1人の勝ちが決まるのに n 回か

かる確率を P_n とすると, $P_2 = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$, $P_3 = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シス}}}$, $P_5 = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である.

(計 算 余 白)

Ⅳ 以下の問題については 解答用紙 (その 2) を使用すること.

半径 1 の球に内接する正六面体と正四面体を考える.

- (1) 球に内接する正六面体の 1 辺の長さを求めよ.
- (2) 以下では正四面体を ABCD とし, その底面の正三角形 BCD の重心を E とする.

三角形 BCD において $\overline{BE}$ と $\overline{BC}$ の比を求めよ.

- (3) 三角形 ABE において $\overline{AE}$ を $\overline{AB}$ で表せ.
- (4) 四面体 ABCD の 1 辺の長さ ℓ を求めよ.

(計 算 余 白)