

# 数 学

|     |
|-----|
| 注 意 |
|-----|

1. 問題は全部で5題あり、冊子は計算用の余白もあわせて12ページである。
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。(ただし、マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている。)
3. 解答はすべて解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. マーク・シート記入については、解答用紙(その1)の「解答上の注意」にしたがうこと。
5. 問題3, 4, 5の解答については、論述なしで結果だけ記しても、正解とはみなさない。
6. 解答用紙はすべて必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

〔計 算 用 余 白〕

〔計 算 用 余 白〕

**1** 解答を解答用紙(その1)の **1** 欄に記入せよ.

$n$  を正の整数とする. 数字  $1, 2, 3, \dots, n$  を, 順序を考えに入れ重複を許さないで1列に並べたもの

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$$

のうち, すべての  $k = 1, 2, 3, \dots, n$  について  $a_k \leq k + 1$  を満たすものの個数を  $N$  とする. 次の問に答えよ.

(1)  $n = 3$  のとき  $N =$   である.

(2)  $n = 4$  のとき  $N =$   である.

(3)  $n = 5$  のとき  $N =$    である.

〔計 算 用 余 白〕

**2** 解答を解答用紙(その1)の **2** 欄に記入せよ.

$c$  を整数とする.  $xy$  平面において, 点  $(1, 3)$  を中心とする半径  $\sqrt{c^2 + 1}$  の円と直線  $x + y = 2c + 3$  が2点で交わり, その交点の  $x$  座標と  $y$  座標がともに整数であるとする.

このとき  $c$  の値が **オ**, 交点の座標が  $(\text{カ}, \text{キ}), (\text{ク}, \text{ケ})$  であるか,  $c$  の値が **コ**, 交点の座標が  $(\text{サ}, \text{シ}), (\text{ス}, \text{セ})$  であるかのどちらかである.

ただし **オ** < **コ**, **カ** < **ク**, **サ** < **ス** とする.

〔計 算 用 余 白〕

**3** 解答を解答用紙(その2)の **3** 欄に記入せよ.

座標平面上に3点

$$A(1, 0), P(\cos s, \sin s), Q(\cos t, \sin t)$$

をとる. 3点  $A, P, Q$  が三角形をなすとき,  $\triangle APQ$  の重心を  $G$  とする.

(1)  $G$  の座標を  $s$  と  $t$  を用いて表せ.

(2)  $s$  と  $t$  が  $s - t = \frac{\pi}{2}$ ,  $0 < t < \frac{3}{2}\pi$  を満たしながら動くときの  $G$  の軌跡を求め, 図示せよ.

〔計 算 用 余 白〕

4

解答を解答用紙(その3)の

4

欄に記入せよ.

$n$  を正の整数とする.  $k = 1, 2, 3, \dots, n$  に対して  $\triangle AOB_k$  を  $\angle AOB_k = \frac{k}{2n}\pi$ ,  $OA = 1$ ,  $OB_k = k$  であるような三角形とし, その面積を  $S_k$  とする.

(1)  $S_k$  を  $k$  と  $n$  を用いて表せ.

(2) 極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n S_k$  を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

**5** 解答を解答用紙(その4)の **5** 欄に記入せよ.

$xy$  平面上の曲線  $y = -\log x$  ( $x > 0$ ) を  $C$  とする. また, 点  $(0, a)$  を通り  $C$  と接する直線を  $\ell$  とする. ただし,  $a$  は定数である.

- (1) 直線  $\ell$  の方程式を求めよ.
- (2)  $a > 1$  のとき, 曲線  $C$  と直線  $\ell$  および  $x$  軸で囲まれる図形の概形を図示し, その面積を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕