

2010年度

E

数 学

注 意

1. 問題は全部で8ページである.
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること. (ただし, マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている.)
3. 解答はすべて解答用紙に記入すること.
4. 解答用紙は必ず提出のこと. この問題冊子は提出する必要はない.

マーク・シート記入上の注意については, この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること. ただし, 冊子は開かないこと.

I 以下の問題については 解答用紙(その1)を使用すること.

(1) $x+y=2$, $x^2+y^2=1$ のとき,

$$xy = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad x^3+y^3 = -\boxed{\text{ウ}}, \quad x^5+y^5 = -\frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である.

(2) $x+y = \frac{y+z}{3} = \frac{z+x}{4} \neq 0$ のとき, $\frac{xy+yz+zx}{x^2+y^2+z^2}$ の値は $-\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ である.

(3) $x = \frac{1}{4-\sqrt{11}}$ を小数で表すとき, 整数部分は $\boxed{\text{ア}}$, 小数点以下第1位の数字は $\boxed{\text{イ}}$ である.

(4) 初項と第2項の和が4, 初項から第4項までの和が68である等比数列の初項 a と公比 r の組 (a, r) は, 初項の小さい順に, $\left(\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}, \boxed{\text{エオ}}\right)$ および $\left(\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}, \boxed{\text{ク}}\right)$ である. また初項から第8項までの和は, それぞれ $\boxed{\text{ケコサシス}}$ および $\boxed{\text{セソタチツ}}$ である.

(計 算 余 白)

Ⅱ 以下の問題については 解答用紙(その1)を使用すること.

(1) $x \geq 0, y \geq 0, x + y = 2$ のとき, $2x^2 + y^2$ は, $x = \boxed{\text{ア}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{イ}}$,

$x = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ のとき最小値 $\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ をとる.

(2) 実数 x, y が $4x^2 + y^2 = 1$ を満たすとき, $|2x + y|$ の最大値は $\sqrt{\boxed{\text{ア}}}$, 最小値は $\boxed{\text{イ}}$ である.

(3) 実数 x の関数を $y = x^4 + 2x^3 + x^2 + 3, z = x^2 + x + 1$ とするとき, z は $x = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ で最小値 $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ をとる. ここで, y を z の関数として表すと

$$y = \boxed{\text{カ}} z^2 - \boxed{\text{キ}} z + \boxed{\text{ク}}$$

となることから, y の最小値は $\boxed{\text{ケ}}$ であり, 最小値を与える x の値は小さい順に $x = \boxed{\text{コサ}}$ または $x = \boxed{\text{シ}}$ である. また $\frac{y}{z}$ の最小値は $\boxed{\text{ス}}$ となる.

(4) 実数 x の方程式 $x^2 - (k-1)x - k^2 = 0$ と $x^2 - 2kx + k = 0$ がただ1つの共通解を持つとき, k の値は小さい順に $k = \boxed{\text{ア}}$ および $k = \boxed{\text{イ}}$ であり, それぞれの k に対応する解は, $x = \boxed{\text{ウ}}$ および $x = \boxed{\text{エ}}$ である.

(計 算 余 白)

III 以下の問題については 解答用紙(その1)を使用すること.

- (1) 1 から 100 までの自然数のうち, 2 でも 3 でも 5 でも割り切れる数は $\boxed{\text{ア}}$ 個, 2 でも 3 でも割り切れない数は $\boxed{\text{イウ}}$ 個, 2 では割り切れるが 3 では割り切れない数は $\boxed{\text{エオ}}$ 個ある.

1 から 100 までの自然数の積である $100!$ を $2^a 3^b 5^c \dots$ と素数の積で表すと, $b = \boxed{\text{カキ}}$ となる. また, $100!$ は末尾に 0 が $\boxed{\text{クケ}}$ 個並ぶ数である.

- (2) $(x+y)^9$ の展開式で $x^6 y^3$ の係数は $\boxed{\text{アイ}}$ である. また, $(x+y+z)^6$ の展開式で $x^6, x^3 y^2 z$ など, 異なる項は $\boxed{\text{ウエ}}$ 種類あり, 各項を $x^a y^b z^c$ と書くと, $a = \boxed{\text{オ}}$, $b = \boxed{\text{カ}}$, $c = \boxed{\text{キ}}$ のとき係数が最大となり, その値は $\boxed{\text{クケ}}$ である.

- (3) 関数 $f(x) = \int_0^x (t+2-|t^2-4|) dt$ は,

$$0 \leq x < \boxed{\text{ア}} \text{ のとき, } f(x) = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}} x^3 + \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} x^2 - \boxed{\text{カ}} x$$

$$x \geq \boxed{\text{ア}} \text{ のとき, } f(x) = \frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}} x^3 + \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} x^2 + \boxed{\text{シ}} x - \frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

となる.

また x が正の範囲を動くとき, $f(x)$ は $x = \boxed{\text{タ}}$ のとき最大値 $\frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ をとる.

(計 算 余 白)

Ⅳ 以下の問題については 解答用紙(その2)を使用すること.

表に 1, 裏に 0 を記した硬貨を 3 回投げる. k 回目に出た数字を a_k で表すとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 数字の組 (a_1, a_2, a_3) が与えられたとき, 関数 $f(x) = \sum_{k=1}^3 (x - a_k)^2$ が最小となるような x を x^* とする. x^* および $f(x^*)$ を求めよ.
- (2) x^* の期待値を求めよ.
- (3) $f(x^*)$ の期待値を求めよ.

(計 算 余 白)

マーク・シート記入上の注意

1. 解答用紙(その1)はマーク・シートになっている。HBの黒鉛筆またはシャープペンシルを用いて記入すること。
2. 解答用紙にあらかじめプリントされた受験番号を確認すること。
3. 解答用紙をよごしたり折り曲げたりしないこと。

問題の アイ , キ などの には、ある整数が入る。これらを次の方法で解答欄に解答せよ。

- (1) ア、イ、ウ、…のひとつひとつは、それぞれ0から9までの数字、または、－、＋、*のいずれかひとつに対応する。それらをア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークする。

マークは、○を塗りつぶすことによっておこなう。訂正するときは、消しゴムで完全に消すこと。×をつけても、消したことになる。

〔例〕 アイ に－7と答えたいとき

ア	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
イ	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

〔例〕 ウエ に38と答えたいとき

ウ	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
エ	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

- (2) 解答欄が余るときは、余った欄(後の方を余らす)に*をマークする。

〔例〕 オカキ に4と答えたいとき

オ	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
カ	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
キ	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

- (3) 解答欄が不足するときは、最後の欄に*を付加する(この場合、最後の欄には2つのマークが入ることになる)。

〔例〕 クケ に－365と答えたいとき

ク	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
ケ	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

- (4) 解答欄に適合するものがないときは、その欄に*をマークする。

〔例〕 コサ に対して問題が

$x^2 + 1 < 0$ ならば $x \geq$ コサ のとき

コ	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
サ	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

- (5) 以上により、どの欄にもかならずマークが入ることになる。記入のない欄は、解答放棄とみなされる。
 (6) 分数形で解答するときは既約分数とし、符号は分子につけること。
 (7) 平方根はできるだけ開く。〔例〕 $\sqrt{8}$ は $2\sqrt{2}$ とする。