

数 学

注 意

1. 問題は全部で5題あり、冊子は計算用の余白もあわせて12ページである。
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。（ただし、マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている。）
3. 解答はすべて解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. 問題3，4，5の解答については、論述なしで結果だけ記しても、正解とはみなさない。
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはならない。
6. 解答用紙はすべて必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

マーク・シート記入上の注意については、この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること。ただし、冊子を開いてはならない。

〔計 算 用 余 白〕

〔計 算 用 余 白〕

1

解答を解答用紙(その1)に記入せよ.

 a を定数とし, $f(x)$, $g(x)$ を次の多項式とする.

$$f(x) = x^2 - (a - 1)x + a$$

$$g(x) = x^3 - (a + 1)x^2 + (5a - 8)x - 5a$$

- (1) $g(x)$ を $f(x)$ で割った商は $x - \boxed{1}$, 余りは $(\boxed{2}a - \boxed{3})x - \boxed{4}a$ であるから,

$$g(x) = (x - \boxed{1})f(x) + (\boxed{2}a - \boxed{3})x - \boxed{4}a$$

が成り立つ.

- (2) 方程式 $f(x) = 0$ と $g(x) = 0$ に共通の解があるような a の値は, 小さいも

のから順に $\frac{\boxed{5}\boxed{6}}{\boxed{7}}$, $\boxed{8}$, $\boxed{9}$ である.

- (3) $a = \frac{\boxed{5}\boxed{6}}{\boxed{7}}$ のとき, 共通の解は $x = \frac{\boxed{10}}{\boxed{11}}$ である.

$a = \boxed{8}$ のとき, 共通の解は $x = \boxed{12}$ である.

$a = \boxed{9}$ のとき, 共通の解は $x = \boxed{13}$ である.

〔計 算 用 余 白〕

2 解答を解答用紙(その1)に記入せよ.

サイコロを3回ふるとき、目の最大値を M 、最小値を m とする. ただし、3回とも同じ目が出た場合は M も m もその目とする. このとき、

$$M - m = 0 \text{ である確率は } \frac{\begin{array}{|c|} \hline 14 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline 15 & 16 \\ \hline \end{array}} \text{ である.}$$

$$M - m = 1 \text{ である確率は } \frac{\begin{array}{|c|} \hline 17 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline 18 & 19 \\ \hline \end{array}} \text{ である.}$$

$$M - m = 2 \text{ である確率は } \frac{\begin{array}{|c|} \hline 20 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline 21 \\ \hline \end{array}} \text{ である.}$$

$$M - m = 3 \text{ である確率は } \frac{\begin{array}{|c|} \hline 22 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline 23 \\ \hline \end{array}} \text{ である.}$$

〔計 算 用 余 白〕

3 解答を解答用紙(その2)の **3** 欄に記入せよ.

横一列に並んだます目に赤, 青, 黄のいずれかの色を塗る. ただし,

(a) 赤は隣り合う2つ以上のます目に続けて塗ってもよい

(b) 青は隣り合うます目に続けて塗ってはならない

(c) 黄も隣り合うます目に続けて塗ってはならない

とする.

ます目が n 個のとき, 一番右のます目の色が赤であるような塗り方の総数を a_n , 一番右のます目の色が青であるような塗り方の総数を b_n とする. 一番右のます目の色が黄であるような塗り方の総数も b_n である. また, $a_1 = b_1 = 1$ とする.

(1) a_2, b_2, a_3, b_3 を求めよ.

(2) a_{n+1}, b_{n+1} を a_n, b_n を用いて表せ.

(3) k を定数とし, $c_n = a_n + kb_n$ ($n = 1, 2, \dots$) とおく. 数列 $\{c_n\}$ が等比数列となるような k の値をすべて求めよ. また, そのときの公比を求めよ.

(4) 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ の一般項を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

4

解答を解答用紙(その3)の 4 欄に記入せよ.

xy 平面上の曲線 $C: y = 1 - x^2$ と直線 $\ell: y = -x + t$ を考える. ただし, $t > 0$ とする.

- (1) 直線 ℓ が曲線 C に接するときの t の値を求めよ.
- (2) 曲線 C と直線 ℓ が2点で交わるとき, 2つの交点間の距離を t を用いて表せ.
- (3) (2)の2つの交点と原点を頂点とする三角形の面積 S を t を用いて表せ.
- (4) (1)で求めた t の値を t_0 とする. t が $0 < t < t_0$ の範囲を動くときの S の最大値を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

5

解答を解答用紙(その4)の 5 欄に記入せよ.

関数 $f(x) = x - 1 - \log x$ に関して次の問に答えよ.

- (1) $y = f(x)$ のグラフの概形をかけ.
- (2) a を正の定数とする. $y = f(x)$ のグラフ, x 軸および 2 直線 $x = a$ と $x = a + 1$ で囲まれた部分の面積 S を a を用いて表せ.
- (3) S の最小値とそのときの a の値を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

マーク・シート記入上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること。
- 2 問題の文中の $\boxed{1}$, $\boxed{2}\boxed{3}$ などには、特に指示がないかぎり、符号(－), 数字(0～9)又は文字(a～d)が入る。1, 2, 3, … の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応する。それらを解答用紙の1, 2, 3, … で示された解答欄にマークして答えよ。

例 $\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}$ に -83 と答えたいとき

1	☒	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
2	－	0	1	2	3	4	5	6	7	☒	9	a	b	c	d
3	－	0	1	2	☒	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d

なお、同一の問題文中に $\boxed{1}$, $\boxed{2}\boxed{3}$ などが2度以上現れる場合、2度目以降は、 $\boxed{1}$, $\boxed{2}\boxed{3}$ のように細字で表記する。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけない。

例えば、 $\frac{\boxed{4}\boxed{5}}{\boxed{6}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えよ。

また、それ以上約分できない形で答えること。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけない。

- 4 根号あるいは対数を含む形で解答する場合は、根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

例えば、 $\boxed{7}\sqrt{\boxed{8}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない。また、 $\boxed{9}\log_2\boxed{10}$ に $6\log_2 3$ と答えるところを、 $3\log_2 9$ のように答えてはいけない。

- 5 分数形で根号を含む形で解答する場合、 $\frac{\boxed{11} + \boxed{12}\sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$ に $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$

と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけない。