

数 学

注 意

1. 問題は全部で5題あり、冊子は計算用の余白も合わせて12ページである。
2. 解答用紙に氏名を忘れずに記入すること。
3. 解答は解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはならない。
5. 解答用紙は必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

マーク・シート記入上の注意については、この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること。ただし、冊子を開いてはならない。

〔計算用余白〕

〔計算用余白〕

I あるバスターミナルでは、A線のバスは35分ごとに、B線のバスは21分ごとに、C線のバスは9分ごとに発車する。正午にA線のバスが発車し、その1分後にB線のバスとC線のバスが同時に発車した。

(1) 次にB線のバスとC線のバスが同時に発車する時刻は、午後 1 時 2 分であり、このときのC線のバスは、正午から数えて 3 台目である。

(2) A線のバスとC線のバスが同時に発車する正午以降の最も早い時刻は、午後 4 時 5 6 分であり、このときのC線のバスは、正午から数えて 7 8 台目である。

〔計 算 用 余 白〕

II 複素数 z は

$$|z| - 1 = (-1 + 2i)z \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

を満たす.

①の両辺の絶対値を考えることによって,

$$|z| = \frac{\boxed{9} \boxed{10}}{\boxed{11}} + \frac{\sqrt{\boxed{12}}}{\boxed{13}}$$

であることがわかる.

さらに, z の偏角を θ とするとき,

$$\cos \theta + i \sin \theta = \frac{\sqrt{\boxed{14}}}{\boxed{15}} + \frac{\boxed{16} \sqrt{\boxed{17}}}{\boxed{18}} i$$

である.

〔計算用余白〕

Ⅲ 三角形 ABC を考える。時刻 0 で点 P, Q は三角形のどれかの頂点上にある。

点 P, Q は互いに他と無関係に、1 分ごとに、そのときにいる頂点から他の 2 頂点にそれぞれ確率 $\frac{1}{2}$ で移動する。

(1) ある時刻に点 P, Q が同じ頂点上にあるとする。その 1 分後に点 P, Q が異

なる頂点上にある確率は $\frac{\boxed{19}}{\boxed{20}}$ である。

(2) ある時刻に点 P, Q が異なる頂点上にあるとする。その 1 分後に点 P, Q が

異なる頂点上にある確率は $\frac{\boxed{21}}{\boxed{22}}$ である。

ここで、 $n \geq 1$ に対して、 n 分後に点 P, Q が異なる頂点上にある確率を p_n とする。

(3) p_{n+1} を p_n を用いて表すと、

$$p_{n+1} = \frac{\boxed{23}}{\boxed{24}} p_n + \frac{\boxed{25}}{\boxed{26}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

である。

(4) 時刻 0 で点 P, Q は頂点 A 上にあるとする。その n 分後に点 P, Q が異な

る頂点上にある確率は $\frac{\boxed{27}}{\boxed{28}} - \frac{\boxed{29}}{\boxed{30}} \left(\frac{\boxed{23}}{\boxed{24}} \right)^{n-1}$ である。

〔計算用余白〕

IV 底面が正三角形 ABC である三角錐 O-ABC があり, $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ とおくとき, $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 2$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{4}{5}$ であるとする.

(1) $AB = \frac{\boxed{31} \sqrt{\boxed{32} \boxed{33}}}{\boxed{34}}$ である.

(2) $\vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a} = \frac{\boxed{35}}{\boxed{36}}$ である.

(3) 辺 OA 上の点 P, BC 上の点 Q に対して, $PQ \perp OA$ かつ $PQ \perp BC$ となっているとき,

$$\overrightarrow{OP} = \frac{\boxed{37}}{\boxed{38}} \vec{a}, \quad \overrightarrow{OQ} = \frac{\boxed{39}}{\boxed{40}} \vec{b} + \frac{\boxed{41}}{\boxed{42}} \vec{c}$$

である.

〔計 算 用 余 白〕

V 関数 $f(x) = (\log x)^2$ を考える.

(1) $f''(x) = \frac{\boxed{43} \boxed{44} \log x + \boxed{45}}{x^{\boxed{46}}}$ である.

(2) 曲線 $y = f(x)$ の変曲点における接線の方程式は

$$y = \frac{\boxed{47}}{e}x - \boxed{48}$$

である.

(3) 曲線 $y = f(x)$, (2) で求めた接線および x 軸によって囲まれた部分の面積は

$$\frac{\boxed{49}}{\boxed{50}}e - \boxed{51}$$

である.

〔計 算 用 余 白〕

マーク・シート記入上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること。
- 2 問題の文中の $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ などには、特に指示がないかぎり、符号(－)、数字(0～9)又は文字(a～d)が入る。1, 2, 3, … の一つ一つは、これらのいずれが一つに対応する。それらを解答用紙の1, 2, 3, … で示された解答欄にマークして答えよ。

例 $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ に -83 と答えたいとき

1	● 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 a b c d
2	－ 0 1 2 3 4 5 6 7 ● 9 a b c d
3	－ 0 1 2 ● 4 5 6 7 8 9 a b c d

なお、同一の問題文中に $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ などが2度以上現れる場合、2度目以降は、 $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ のように細字で表記する。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけない。

例えば、 $\frac{\boxed{4} \boxed{5}}{\boxed{6}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えよ。

また、それ以上約分できない形で答えること。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけない。

- 4 根号あるいは対数を含む形で解答する場合は、根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

例えば、 $\boxed{7} \sqrt{\boxed{8}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない。また、 $\boxed{9} \log_2 \boxed{10}$ に $6\log_2 3$ と答えるところを、 $3\log_2 9$ のように答えてはいけない。

- 5 分数形で根号を含む形で解答する場合、 $\frac{\boxed{11} + \boxed{12} \sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$ に $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$

と答えるところを、 $\frac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけない。