

数 学

注 意

1. 問題は全部で8ページである。
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。(ただし、マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている。)
3. 解答はすべて解答用紙に記入すること。
4. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけない。
5. 解答用紙(その1はマーク・シート、その2は記述式)は両方とも必ず提出のこと。この問題冊子は提出する必要はない。

マーク・シート記入上の注意については、この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること。ただし、冊子は開かないこと。

I 以下の問題については 解答用紙 (その 1) を使用すること.

(1) $\sqrt{5}$ の小数部分を a とすると, $a^3 + 6 = \boxed{12}\sqrt{\boxed{3}} - \boxed{45}$ である.

(2) 不等式 $\log_3 x < \log_x 3$ の解は, $0 < x < \frac{\boxed{6}}{\boxed{7}}, \boxed{8} < x < \boxed{9}$ である.

(3) 連立方程式

$$\begin{cases} x^2 + x - 2 = 0 \\ y^2 + (-2x)y + (2x - 1) = 0 \\ z - (x + y - 1) = 0 \end{cases}$$

の解は,

$$(x, y, z) = (\boxed{10}, \boxed{10}, \boxed{10}), (\boxed{11}, \boxed{12}, \boxed{13}), (\boxed{14}, \boxed{15}), (\boxed{11}, \boxed{12}, \boxed{16}, \boxed{17}, \boxed{18}, \boxed{19})$$

である.

(4) 3 次方程式 $x^3 - 3x^2 + x + 2 = 0$ の 3 つの解を α, β, γ とするとき, 次の式の値を求めよ.

1. $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = \boxed{20}$

2. $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = \boxed{21}, \boxed{22}$

(計算余白)

Ⅱ 以下の問題については 解答用紙 (その 1) を使用すること.

(1) $x > 2$ のとき, 関数 $f(x) = \frac{x^2 + 8x + 5}{x - 2}$ は, $x = \boxed{23}$ で最小値 $\boxed{24 \mid 25}$ をとる.

(2) $\triangle ABC$ の辺 AB を $3:2$ に内分する点を R , 辺 AC を $1:2$ に内分する点を Q とする. また, 線分 BQ と線分 CR の交点を O , 直線 AO と辺 BC の交点を P とする. このとき, $\frac{BP}{PC} = \frac{\boxed{26}}{\boxed{27}}, \frac{PO}{OA} = \frac{\boxed{28}}{\boxed{29}}$ である.

(3) $2 \leq x \leq 16$ とする. このとき, 関数 $f(x) = 2(\log_2 4x)^2 - 4a \log_2 x + a$ は, $a \leq \boxed{30}$ において, $x = \boxed{31}$ のときに最小値 $\boxed{32 \mid 33}a + \boxed{34 \mid 35}$ をとり, $\boxed{30} < a \leq \boxed{36}$ において, $x = \boxed{37}a - \boxed{38}$ のときに最小値 $\boxed{39 \mid 40}a^2 + \boxed{41}a$ をとる. また $a > \boxed{36}$ において, $x = \boxed{42 \mid 43}$ のときに最小値 $\boxed{44 \mid 45 \mid 46}a + \boxed{47 \mid 48}$ をとる.

(4) $z^5 = 1$ の解を求めると,

1,

$$\frac{\boxed{49 \mid 50} + \sqrt{\boxed{51}}}{\boxed{52}} \pm \frac{\sqrt{\boxed{53 \mid 54} + \boxed{55} \sqrt{\boxed{56}}}}{\boxed{57}} i,$$

$$\frac{\boxed{49 \mid 50} - \sqrt{\boxed{51}}}{\boxed{52}} \pm \frac{\sqrt{\boxed{53 \mid 54} - \boxed{55} \sqrt{\boxed{56}}}}{\boxed{57}} i$$

の 5 つである.

(計算余白)

III 以下の問題については 解答用紙(その1)を使用すること。

(1) 1つの袋に12個の玉が入っており、そのうち赤玉が6個、青玉が4個、白玉が2個である。

1. 3個の玉を同時に取り出すとき、3個の玉の色がすべて異なる確率は $\frac{58}{60} \cdot \frac{59}{61}$ である。

2. 3個の玉を同時に取り出すとき、赤玉、白玉がそれぞれ少なくとも1つ含まれる確率は $\frac{62}{64} \cdot \frac{63}{65}$ である。

3. 3個の玉を同時に取り出すとき、3個の玉の色が2色となる確率は $\frac{66}{68} \cdot \frac{67}{69}$ である。

(2) あるウイルス検査法では、

感染者が陰性を示す確率は3%、

非感染者が陽性を示す確率は1%

である。ある地域の住民のうち2%がウイルス感染者として、この地域の住民1人をこの検査法で検査したとき、次の確率を求めよ。

1. 陽性と判定される確率は $\frac{70}{72} \cdot \frac{71}{73} \cdot \frac{74}{75}$ である。

2. 陽性と判定されたときに、実際には非感染者である確率は $\frac{76}{78} \cdot \frac{77}{79} \cdot \frac{80}{81}$ である。

(3) 母平均 $\frac{1}{2}$ 、母標準偏差 $\frac{1}{3}$ の母集団から大きさ4の無作為標本を復元抽出するとき、その標本平均 $\bar{X}$ の期待値は

$$E(\bar{X}) = \frac{81}{82},$$

標準偏差は

$$\sigma(\bar{X}) = \frac{83}{84}$$

である。

(計算余白)

Ⅳ 以下の問題については 解答用紙 (その2) を使用すること.

関数 $f(t) = \int_0^2 |x^2 - tx| dx + t$ について, 次の問に答えよ.

- (1) $f(t)$ を求めよ.
- (2) $f(t)$ のグラフをかけ.
- (3) $f(t)$ の最小値を求めよ.

(計算余白)

マーク・シート記入上の注意

- (1) 問題の文中の $\boxed{1}$, $\boxed{2\ 3}$ などには、特に指示がないかぎり、符号(−), 数字(0~9), 文字(a, b, c, d), または記号(*)が入る. 1, 2, 3, … の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応する. それらを解答用紙の1, 2, 3, … で示された解答欄にマークして答えよ.

例 $\boxed{11\ 12\ 13}$ に −83 と答えたいとき

11	☒	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	*
12	−	0	1	2	3	4	5	6	7	☒	9	a	b	c	d	*
13	−	0	1	2	☒	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	*

- (2) 解答欄が余るときは、余った欄(後の方を余らせる)に*をマークする.

例 $\boxed{14\ 15}$ に 4 と答えたいとき

14	−	0	1	2	3	☒	5	6	7	8	9	a	b	c	d	*
15	−	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	☒

- (3) 解答欄が不足するときは、最後の欄に*をマークする.

例 $\boxed{16\ 17}$ に 345 と答えたいとき

16	−	0	1	2	☒	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	*
17	−	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	☒

- (4) 解答欄に適合するものがないときは、その欄に*をマークする.

例 $\boxed{18\ 19}$ に対して問題が

$$x^2 + 1 < 0 \text{ ならば } x \geq \boxed{18\ 19}$$

のとき

18	−	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	☒
19	−	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	☒

- (5) 分数形で解答するときは、既約分数として符号は分子につける.

- (6) 根号あるいは対数を含む形で解答するときは、根号の中や真数に現れる自然数が最小になる形で答える. [例] $\sqrt{8}$ は $2\sqrt{2}$, $3\log_2 9$ は $6\log_2 3$ とする.

- (7) 分数形で根号を含む形で解答するときは、 $\frac{6+4\sqrt{2}}{4}$ ではなく、 $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$ のように約分する.